Ce que disent douze marégraphes européens.

Thierry Piou président de l'association d'astronomie ''Pêcheurs d'étoiles'' La Baule

Objectif du document.

Le terme de marégraphie se rapporte, par son étymologie, à la description du phénomène des marées et aux instruments qui permettent de les appréhender. Nous ne nous attarderons pas dans ce document sur l'aspect théorique des marées océaniques, il ne manque pas en effet de traités sur le sujet qui combleront le lecteur intéressé.

Nous allons étudier ici les séries marégraphiques de douze observatoires européens et voir quelles informations nous pouvons en tirer, il convient toutefois de poser quelques jalons au préalable : nous reviendrons très rapidement sur la notion de marées puis nous nous attarderons sur l'instrumentation et les problèmes de mesures.

1. **Aspect de la marée, définitions.**

   1.1 Courbe de marée.

   La courbe représentative de la hauteur de la mer en fonction du temps s'appelle courbe de marée, elle peut être issue directement de la mesure du niveau marin ou bien de la prédiction de la hauteur de la marée elle-même. A titre d'exemple, la figure 1 est déduite d'une prédiction sur 24 heures de la marée de Brest, qui est du type semi-diurne.

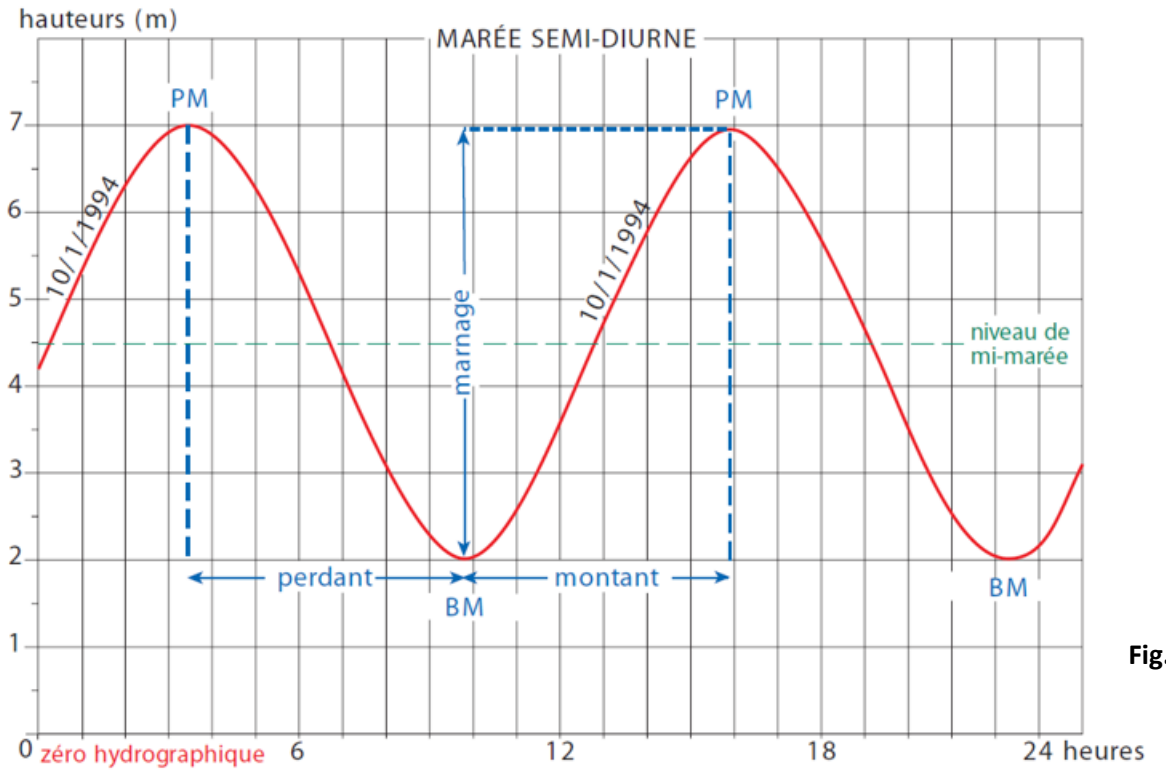


Fig.1

Prédiction d'une courbe de marée semi-diurne : deux pleines mers (PM) et deux basses mers (BM) par jour aux marnages quasi identiques. On remarque l'allure sinusoïdale du signal marégraphique. [Simon]

Ce graphe présente quatre extremums (deux minimums et deux maximums). Chaque minimum s'appelle ''basse mer'' (BM) et chaque maximum ''pleine mer'' (PM). On appelle ''étale '' de pleine ou basse mer les extremums correspondants. De la basse mer à la pleine

mer le niveau s'élève pendant la phase dénommée ''flux'', ''montant'' ou ''flot''. De la pleine mer à la basse mer le niveau s'abaisse pendant le ''reflux'' ''perdant'' ou ''jusant''.
Il s'écoule environ 6 heures entre deux extremums consécutifs. La différence de hauteur entre ceux-ci se dénomment ''marnage''. Précisons qu'il existe une méthode assez simple permettant de connaître la hauteur du niveau d'eau en fonction du temps (voir annexe 1).
Les marées semi-diurnes sont dominantes en Europe et sur les côtes de l'Océan Atlantique.
Le zéro hydrographique (figure1) est une estimation du niveau des plus basses mers astronomiques possible, c'est le zéro des cartes marines. Il est rattaché à un référentiel terrestre, le système de nivellement local, mais il est également rapporté à un système de référence international tel l'ITRF (International Terrestrial Reference Frame).
La figure 2 représente une autre courbe de marée déduite d'une prédiction sur la durée moyenne d'une lunaison dont nous rappelons ci-dessous la définition :

La lunaison est l'intervalle de temps séparant deux Nouvelles Lunes consécutives c'est à dire, en première approximation, le temps que met la Lune à faire le tour de la Terre. Mais en raison de la complexité du mouvement de la Lune autour de notre planète, la lunaison peut varier entre 29j6h et 29j20h.L'observation d'un très grand nombre de lunaisons a permis de définir une lunaison moyenne égale à 29,530588 jours soit 29j 12h 44mn

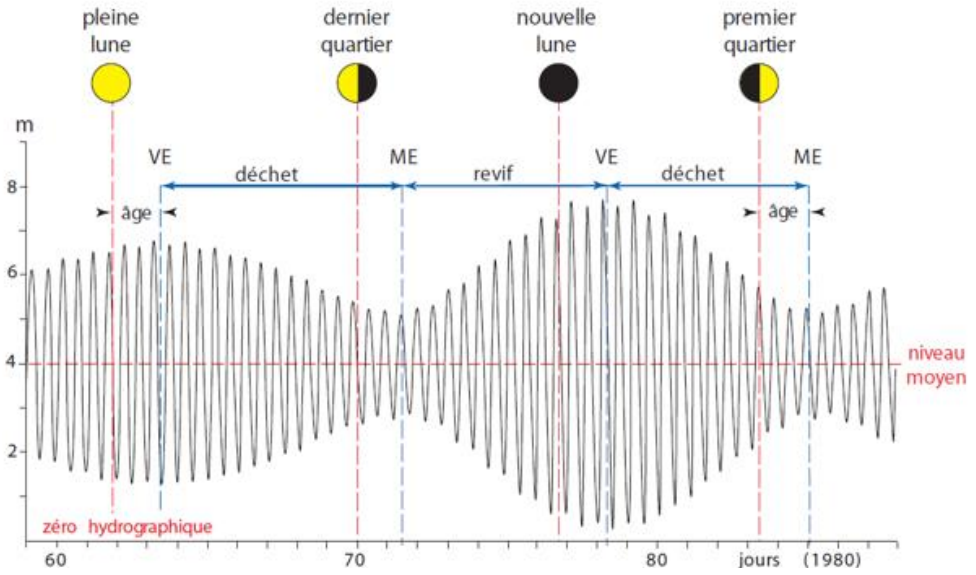


Fig.2

Prédiction de marégramme sur une lunaison [Simon]

On remarque sur la figure 2 que le marnage est maximal après les syzygies, c'est-à-dire après les nouvelles ou pleines Lune, moments où Soleil, Terre et Lune sont, en première approximation, alignées.[1]Le marnage passe d'un minimum appelé ''morte-eau'' (ME) à un maximum dénommé ''vive-eau'' (VE). Le ''revif'' correspond à l'époque succédant les quadratures tandis que le ''déchet'' est la phase qui suit les syzygies. Cette variation des marnages constituent l'inégalité semi-mensuelle.
Remarquons que sur la période correspondant à la lunaison l'amplitude[2] du signal marégraphique des deux extremums est différente. Ce phénomène est dû pour l'essentiel à la variation de la distance Terre-Lune, la trajectoire de notre satellite étant de nature elliptique.

[1] Le plan de l'orbite lunaire est légèrement incliné par rapport à celui de l'écliptique, sinon nous aurions deux éclipses (lunaire et solaire) chaque mois.
[2] L'amplitude de la courbe de marée correspond au demi-marnage.

On note un décalage de temps systématique entre les phases lunaires et les extremums ; ainsi à Brest, il faut attendre 36 heures après l'heure de syzygie pour constater le plus grand marnage. Le même décalage existe entre l'heure de la quadrature et le minimum de la morte-eau. Ce décalage est appelé âge de la marée. Systématique et constant, il correspond au temps d'arrivé de l'onde de marée. On commence à percevoir dans ce cas précis les limites de la théorie statique des marées de Newton.

2. Les marégraphes

2.1 Les marégraphes à flotteur

Le marégraphe à flotteur est un dispositif mécanique à enregistrement automatique, son invention est attribuée à l'Anglais Henry Palmer en 1831, mais c'est l'hydrographe français Chazallon qui mis au point le premier marégraphe à flotteur véritablement opérationnel entre 1840 et 1844. Il obtint en 1850 la médaille d'argent de la Société d'Encouragement pour l'Industrie pour cette invention. En 1859, il existait une dizaine de marégraphes sur le littoral français.

Le croquis ci-dessous (figure3) rassemble les principaux éléments constitutifs du marégraphe de Chazallon. [Gouriou]

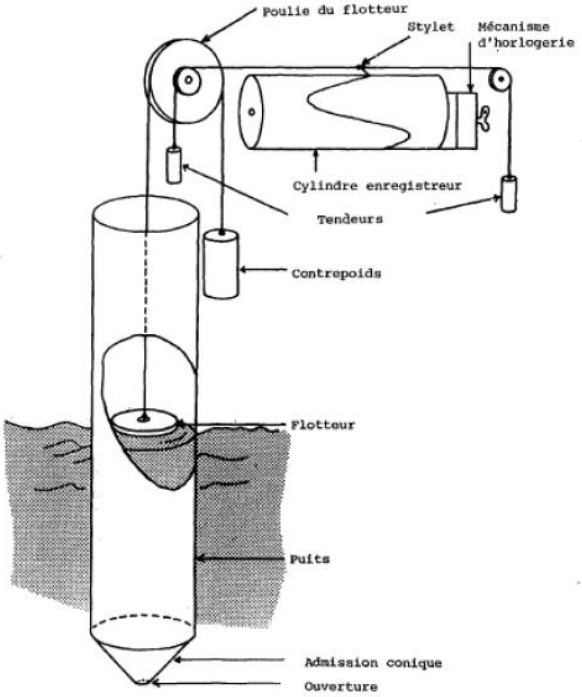


Fig.3

Le marégraphe de Chazallon avec ses principaux éléments

Le marégraphe de Chazallon est composé des éléments suivants :

- Un cylindre horizontal en métal sur lequel on enroule le marégramme.
- Un mécanisme d'horlogerie qui fait tourner le cylindre.
- Une règle rigide fixée au-dessus du cylindre et sur laquelle se déplace un chariot.
- Un stylet muni d'une pointe sèche solidaire du chariot.
- Un flotteur situé dans un puit de tranquillisation.
- Deux poulies : sur l'une est enroulé le câble du flotteur, l'autre solidaire de la première mais de diamètre inférieur, porte le câble permettant le déplacement du chariot.

Le marégraphe à flotteur est le seul dispositif mesurant directement la hauteur d'eau.

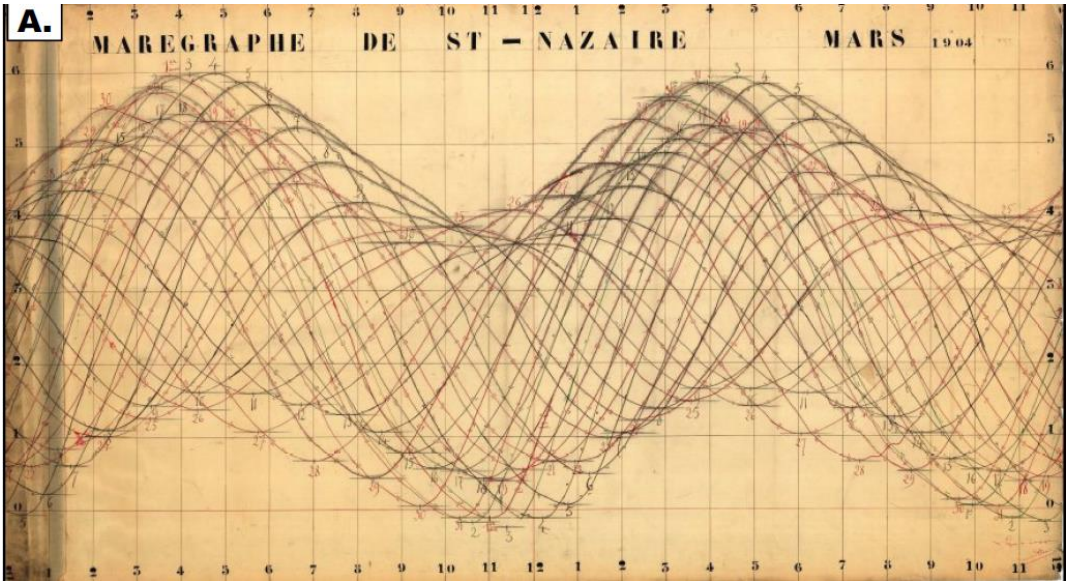


Fig.4

Exemple d'enregistrements de marégrammes. Le déphasage des courbes est dû au décalage quotidien d'environ 13° de la Lune. [source SHOM _ Yann Ferret].

2.2 Les Marégraphes Côtiers Numériques (MCN)

Le MCN est un système permettant la mesure d'un tirant d'air, comme le montre la figure 5.
La hauteur d'eau s'obtient indirectement par calcul à partir d'une référence verticale.

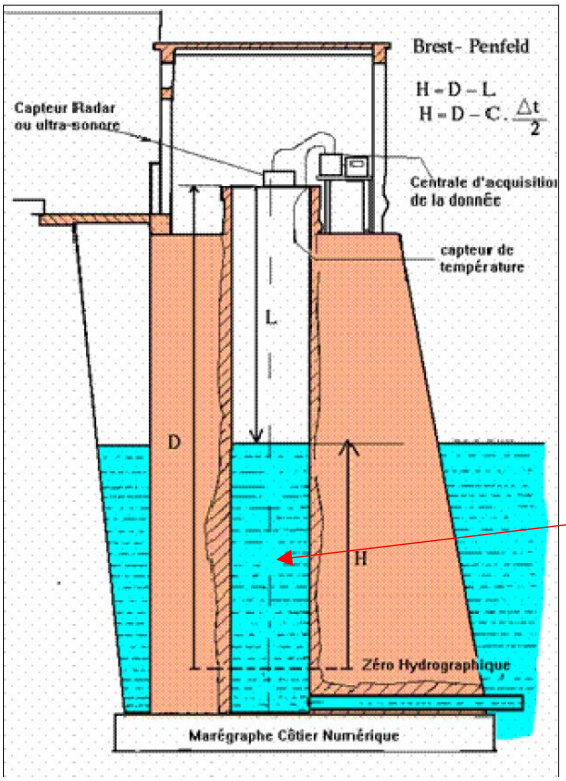


Fig.5

Principe de fonctionnement du MCN

Le MCN est équipé d'un télémètre, celui-ci placé au-dessus de la surface de l'eau peut être un transducteur à ultrasons[3] ou un télémètre à ondes électromagnétiques. Il émet un court train d'impulsions et détecte le signal réfléchi. Concernant le télémètre à ultrasons, le temps écoulé entre l'émission et la réception permet de calculer la hauteur d'eau (figure 5) :

$$H = D - L$$

$$H = D - C * \frac{\Delta_t}{2}$$

Où C est la vitesse de l'onde ultrasonore et Δ_t la durée de l'aller-retour du train d'impulsions.
Toujours basé sur la durée de l'aller-retour du train d'impulsions, le fonctionnement du télémètre à ondes électromagnétiques est cependant différent[4]
Le dispositif mesure le niveau de la mer toutes les 10 minutes, cette durée correspond à la période d'archivage. La période d'intégration est de 2 minutes sur une période d'échantillonnage de 1 seconde (figure 6). On considère la hauteur constante pendant la période d'intégration. Rappelons en effet qu'il s'écoule environ 6 heures entre BM et PM, l'erreur est donc faible même à mi-marnage. Une valeur numérique archivée correspond à la moyenne intégrale de 120 points de mesures.

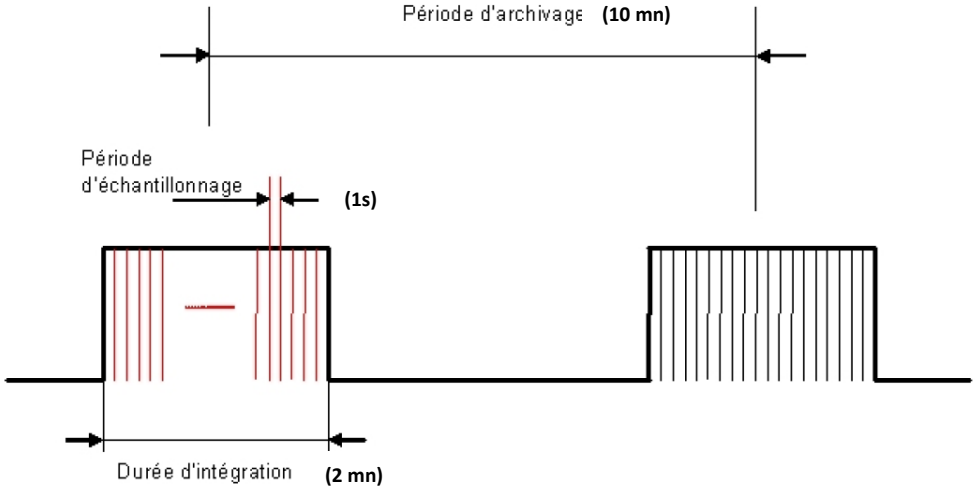


Fig.6

Les télémètres électromagnétiques utilisés par le SHOM fonctionne selon le principe du **FMCW** (Frequency Modulated Continuous Wave) dont le principe est illustré à la figure 7. Il repose sur la variation linéaire de la fréquence du signal électromagnétique (entre 8,5 et 9,5 GHz). Emis à la fréquence f1 à l'instant t1, le signal est rétrodiffusé par la surface de l'eau et est collecté par le récepteur à l'instant t2 à la même fréquence f1 (le plan d'eau étant fixe, il n'y a pas d'effet Doppler). Entre l'instant t1 et t2, la fréquence d'émission du signal augmente linéairement et atteint f2 à l'instant t2.

[3] Dans les années 1980, afin de renouveler le parc vieillissant de marégraphes américains, le Naval Oceanographic Survey (NOS) introduisit les premiers dispositifs à ultrasons. La mesure de la distance est cependant entachée de facteurs d'influences, la vitesse de propagation du son dépend en effet de la pression, de l'humidité et de la température de l'air. Ces difficultés ne furent jamais totalement résolues malgré la mise en place de systèmes de compensation. Cette technologie fut rapidement abandonnée au profit des télémètres électromagnétiques.

[4] La vitesse de propagation des ondes électromagnétiques rend pratiquement difficile la mesure directe de la durée de l'aller-retour du train d'impulsions.

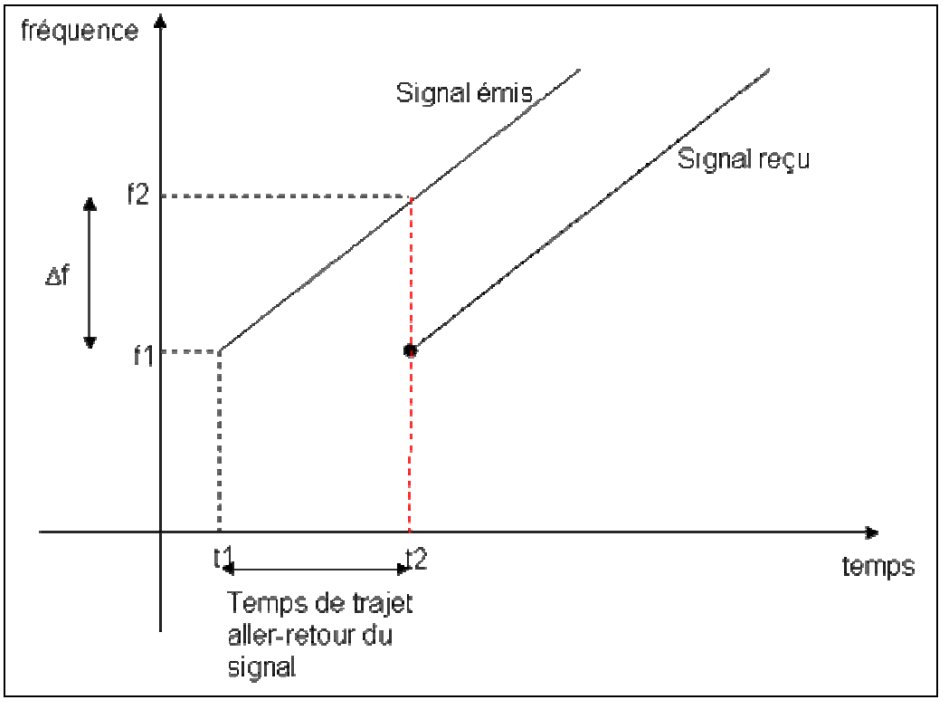


Fig.7

La différence de fréquence f2-f1 est directement proportionnelle au temps d'aller-retour du signal, donc à la distance entre la surface de l'eau et le télémètre. Cette différence de fréquence est transformée en un spectre fréquentiel via une FFT (Fast Fourier Transform) à partir de laquelle on calcule la distance recherchée. [Le Roy]

2.3 Le puits de tranquillisation.

Un puits tranquillisation consiste généralement en un tube placé verticalement dans l'eau et dont la hauteur est suffisante pour couvrir l'étendue du plus grand marnage observable sur le site d'installation. Le fond du puits est fermé à l'exception d'une petite ouverture qui permet à l'eau d'entrer et de sortir (figures 3 et 5), tandis que le sommet du puits est ouvert. Il existe deux types principaux de puits : avec une petite ouverture sur la mer (figure 3) ou avec un long tube d'admission relié à la mer (figure 5). Le rôle du puits est d'amortir les oscillations de haute fréquence, telle que la houle, le clapot ou les seiches (oscillations de niveaux des bassins portuaires ou des baies).
Cependant la nature même du puits de tranquillisation entraîne un retard de la hauteur d'eau dans le puits par rapport à la hauteur réelle de la mer. Le puits de tranquillisation est intrinsèquement un **élément à retard.**
Nommons $z_m(t)$ le niveau de la mer en fonction du temps et $z_p(t)$ le niveau d'eau dans le puits.
Le comportement du puits peut, en première approximation, être décrit par la relation suivante :

$$z_p(t) = z_m(t - T_r)$$

Où T_r est le temps de retard correspondant à un marnage donné.
En appliquant le théorème du retard de la transformée de Laplace, on obtient :

$$z_p(p) = z_m(p)\, e^{-T_r p}$$

La fonction de transfert s'écrit :

$$F(p) = \frac{z_p(p)}{z_m(p)} = e^{-T_r p} \qquad (1)$$

L'élément retard donne sur sa sortie (z_p) le même signal que celui qu'on lui envoie sur son entrée (z_m) mais décalé dans le temps (T_r).
Le régime harmonique est donné par :

$$|F(j\omega)| = 1$$
$$Arg\,[F\,(j\omega)] = -\omega T_r \qquad (2)$$

L'élément à retard est un donc **déphaseur pur**. Les lieux de transfert dans le plan de Bode sont les suivants:

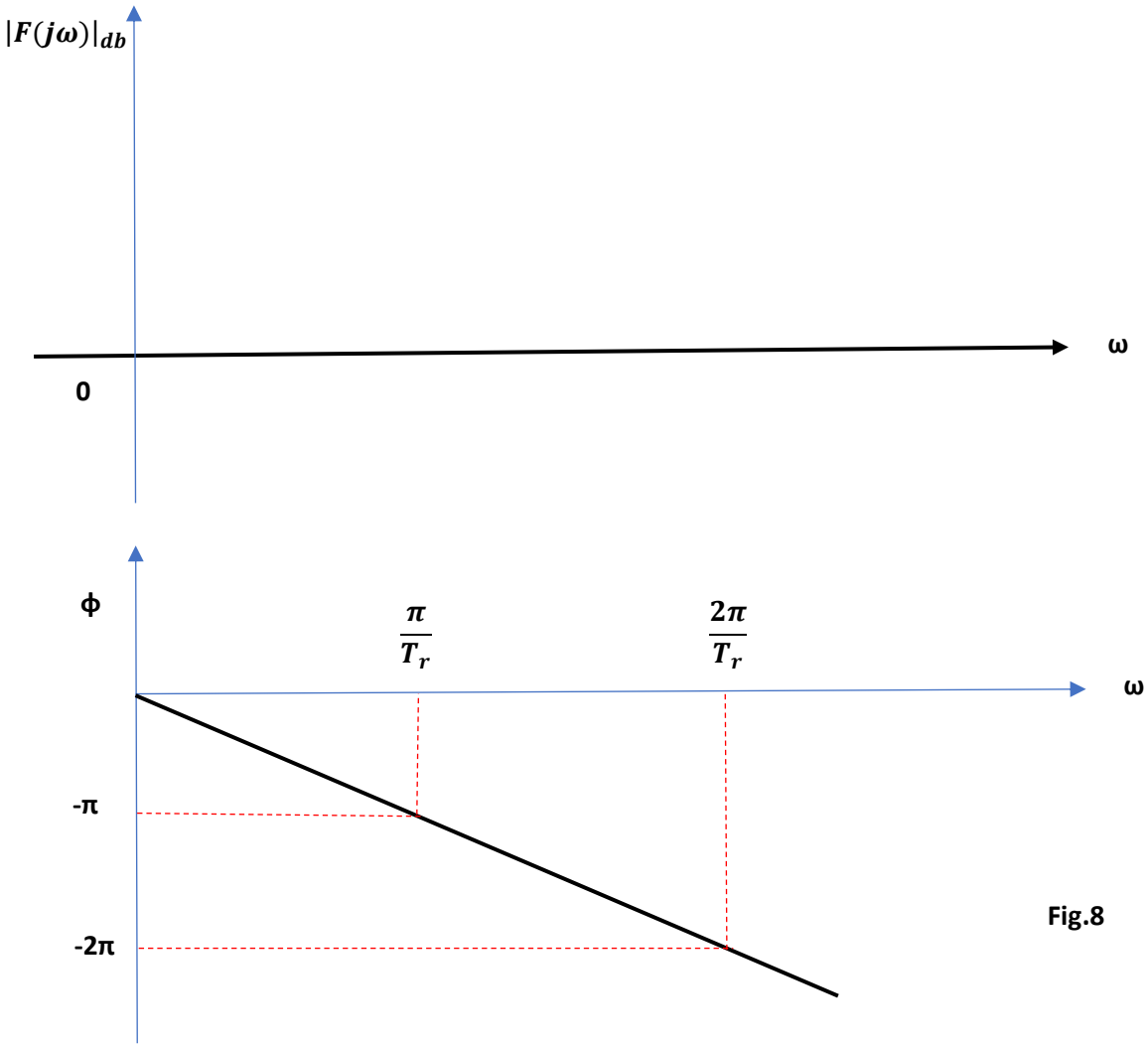


Fig.8

Les puits de tranquillisation sont conçus pour transmettre les ondes de marées semi-diurnes avec un déphasage quasi-nul dans le cas le plus défavorable (marnage de plus grande étendue pour le lieu considéré). Cependant l'accumulation de vase, de sable et la présence d'organismes marins provoquent un rétrécissement de l'ouverture se traduisant par un accroissement du déphasage du marégramme par rapport à la hauteur réelle de la mer. Une maintenance rigoureuse et suivie du puits de tranquillisation est impérative.

2.4 Les objectifs de performances

Le GLOSS (Global Sea Level Observing System) impose pour chaque mesure validée les critères métrologiques suivants :

- Un intervalle d'échantillonnage des mesures instantanées du niveau de la mer de typiquement 6,10 ou 15 mn, mais devant toujours être strictement inférieur à 1 heure.
- L'intégration des mesures instantanées sur une durée permettant le filtrage de la houle et du clapot, soit typiquement 2 ou 4 minutes.[5]
- Une précision de la mesure individuelle meilleure que 1 cm à tout moment et quelles que soient les conditions avec un taux de confiance de 68%[6].
- Une précision de la datation des mesures inférieures à 10s.
- Des mesures rapportées au zéro hydrographique, cette référence verticale devant être nécessairement et en permanence définie par sa cote par au moins 3 repères matériels fixes, dont un repère fondamental choisi en raison de sa grande stabilité.
- Le nivellement des repères entre eux, effectué avec une précision millimétrique. L'altitude d'un repère au moins doit être connue dans le nivellement général[7]. [Le Roy]

La nécessité de disposer d'observation de hauteur d'eau de longue durée et d'excellente qualité procède de nombreux besoins comme, en autre, la détermination des constantes harmoniques nécessaires à la prédiction des marées mais aussi la calibration des radars satellitaires Topex-Poséïdon, ERS et Jason. Concernant ces derniers, la loi de composition des erreurs s'applique : les incertitudes associées à leurs mesures ne peuvent être inférieures à celles des marégraphes étalons. Voyons maintenant comment on vérifie le bon fonctionnement d'un marégraphe.

2.5 Le test de Van de Casteele.

Ce test a été imaginé par le géographe Charles Van de Casteele en 1962 pour apprécier l'exactitude de la mesure d'un marégraphe. Il permet de mettre en relief leurs principaux défauts.
Selon Van de Casteele, la bonne marche d'un marégraphe ne peut être appréciée que de manière expérimentale. Le test s'appuie sur la comparaison, pendant un cycle de marée complet, des relevés simultanés du marégraphe et du dispositif de référence indépendant validé par un service de métrologie ad hoc. La différence des valeurs doit théoriquement et idéalement rester constante et égale à zéro si le marégraphe et la référence indépendante ont le même référentiel vertical.
Le diagramme de Van de Casteele se construit de la façon suivante : on porte en abscisses les écarts marégraphe-étalon, et en ordonnées, la hauteur d'eau. On relie ensuite par des segments de droite les points successifs en identifiant clairement les points correspondants au perdant et ceux correspondants au montant.
Un marégraphe idéal donne un diagramme réduit à une droite parallèle à l'axe des ordonnées. Cependant, plus généralement, l'interprétation de l'allure des diagrammes de Van de Casteele met en évidence un certain nombre d'imperfection du marégraphe. La figure 9 donne l'allure caractéristique de de quelques défauts typiques d'un marégraphe. [Le Roy]

[5] Nous avons vu plus haut que les MCN du littoral français respectent ces conditions.

[6] Si l'on considère une moyenne de 120 mesures individuelles dont la précision est de $\pm 10\ mm$ et si l'on prend pour hypothèse une distribution gaussienne de celles-ci, l'écart-type σ de la valeur moyenne est d'environ $\pm 1\ mm$ associé à un intervalle de confiance de 68% Pour un écart-type 2σ l'intervalle de confiance est de 95%

[7] La mesure du niveau de la mer réalisée par un marégraphe côtier est une mesure relative du niveau de la mer par rapport au socle sur lequel repose l'instrument et c'est bien ce qui nous intéresse dans le cadre de l'élaboration de PPRL (Plan de Protection contre les Risques Littoraux).

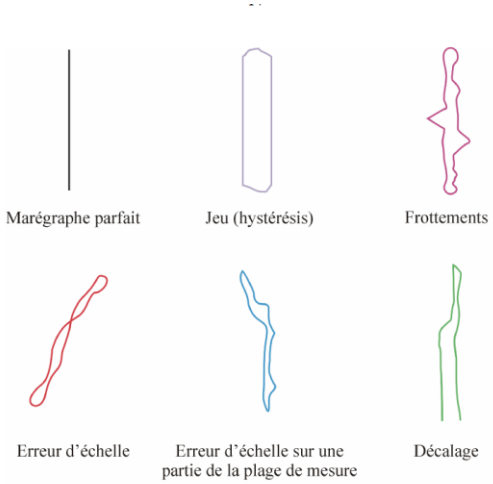


Fig.9

- *Hystérésis* : Pour une même hauteur théorique, la hauteur mesurée est différente au montant et au perdant lors d'un cycle de marée. Ce phénomène peut traduire un déphasage entre l'intérieur et l'extérieur du puit de tranquillisation.
- *Frottements* : Ce phénomène traduit des irrégularités de l'enregistrement. Les marégraphes à flotteur étaient sujets à ce type d'erreur.
- *Erreurs d'échelles* : erreur linéaire (le grippage ou l'usure des rouages peut affecter le rapport de réduction des marégraphes à flotteur et causer ce type d'erreur).
- *Décalages* : Décalage d'une constante (défaut rencontré parfois sur les marégraphes à flotteur et créé par un mauvais enroulement des câbles).

Nous allons voir que les MCN ne sont pas exempts de ces défauts, la figure 10 montre le test de Van de Casteele du marégraphe de Brest réalisé le 17 avril 2003 :

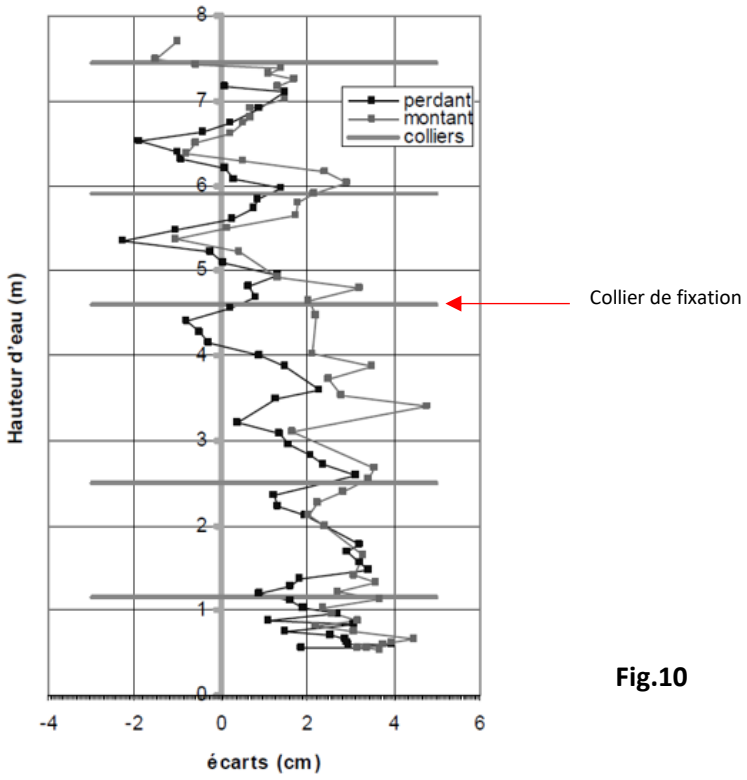


Fig.10

Diagramme de VDC du marégraphe de Brest : 17 avril 2013 [Le Roy]

On remarque que ce diagramme présente une erreur d'échelle qui se traduit par une pente des écarts et une modulation de la courbe. La pente des écarts peut s'expliquer par une atténuation du signal tandis que la présence des colliers métalliques de fixation du tube en PVC du puits de tranquillisation peut expliquer la modulation du diagramme. Ce diagramme est celui du premier test du télémètre à ondes électromagnétiques installé à Brest. Il est possible que l'encombrement du puit par d'autres appareils de mesure ait pu altérer la qualité lors de la phase du perdant de la marée. Le lobe d'émission s'élargissant, il était susceptible de rencontrer des obstacles comme par exemple le flotteur du marégraphe éponyme.
Fort heureusement, il existe une palette d'outils pour corriger les différents types d'erreurs.
Celles dues à l'ondulation du signal électromagnétique dans le tube PVC fixé par des colliers métalliques sont corrigés à l'aide de ''Tables de hauteurs '' développés par le constructeur et que l'on peut entrer directement dans le télémètre. On peut ainsi appliquer jusqu'à 50 points de correction.
Les erreurs d'hystérésis sont corrigées en adoptant pour une hauteur donnée la moyenne des erreurs au flot et au jusant.
Les erreurs d'échelle sont corrigées selon une loi linéaire $z' = az + b$ ou parabolique du type $z' = az^2 + bz + c$ (z étant la hauteur d'eau mesurée et z' la hauteur d'eau corrigée). Les coefficients a, b, c sont calculés à partir des résultats de l'étalonnage de l'instrument.
La figure 11 met en évidence les effets des corrections sur le marégraphe de Brest. L'erreur d'échelle a été corrigée selon une formule de type parabolique.

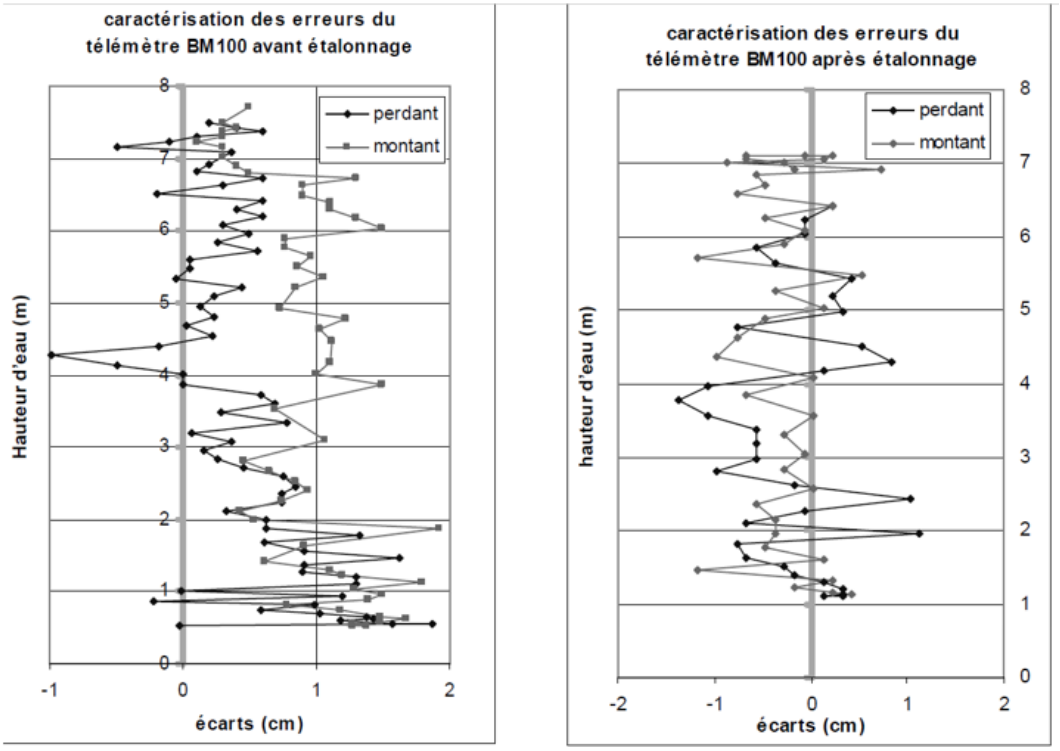


Diagramme VDC : Brest le 17 avril 2003

Diagramme VDC : Brest 27 au 30 septembre 2004

Fig.11

La figure 12 montre le diagramme brut (avant étalonnage) du marégraphe à ondes électromagnétiques du Conquet. Les performances sont excellentes : pas de pente, pas d'hystérésis, pas d'atténuation du signal. On constate un léger offset traduisant un défaut de calage du marégraphe. [Le Roy]. Précisons que le puit de tranquillisation de ce marégraphe est doté d'un tube en acier de 90 cm de diamètre qui constitue un excellent guide d'ondes.

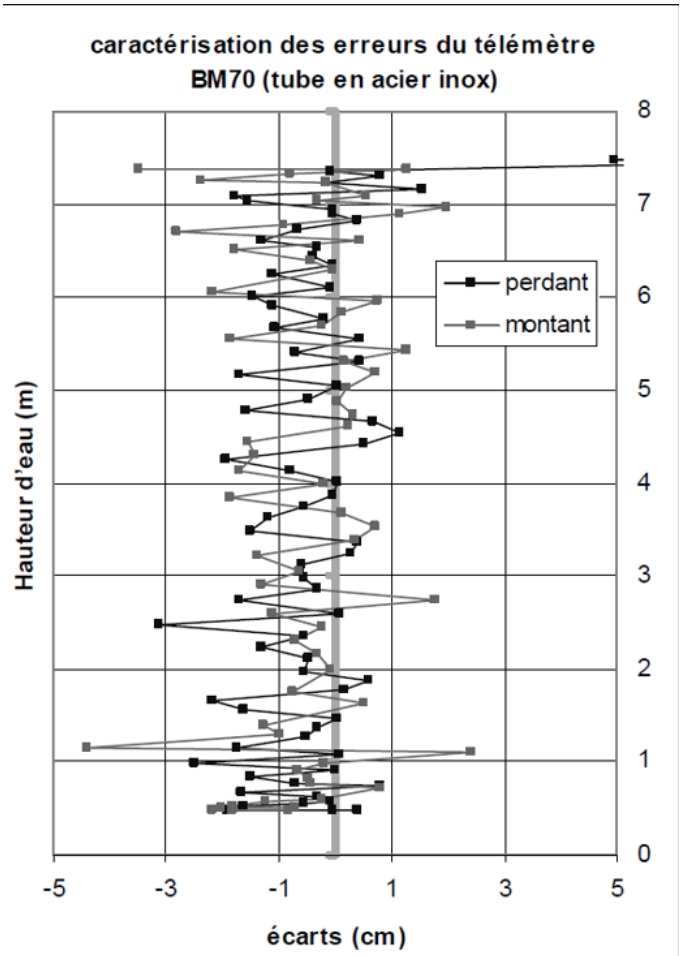


Fig.12

Diagramme VDC: Le Conquet le 18 avril 2003

Nous avons défini la courbe de marée qui est représentative de la hauteur de la mer et abordé le principe de fonctionnement des instruments permettant d'élaborer cette courbe. Nous allons maintenant étudier les séries marégraphiques de plusieurs ports européens de l'Atlantique, des mers du Nord et Baltique ainsi que de la Méditerranée. Cependant, une question cruciale se pose : comment choisir une série marégraphique ? selon quels critères ? nous allons tout d'abord apporter quelques éléments de réponses à cette question, puis nous aborderons la méthodologie utilisée pour étudier les séries marégraphiques choisies avant de traiter le cœur du sujet.

3 Etudes de séries marégraphiques de ports européens.

3.1 Critères de sélection d'une série marégraphique.

Pour évaluer une tendance fiable du niveau marin, il nécessaire de travailler avec de longues séries marégraphiques, de préférence les plus longues possibles, et temporellement cohérentes, en dépit des changements de matériel ou du déplacement des repères de marées. [Douglas,2001]. En effet la variabilité de la mer est importante et une tendance calculée sur 15 ans n'aura pas la même signification qu'une autre calculée sur 100 ans, en raison des oscillations inter-décennales.

Plusieurs auteurs ont proposé un critère de sélection pour le choix de séries marégraphiques en fonctions de leur longueurs minimales. Quelle doit être cette durée effective minimale de données ? citons quelques études parmi les nombreuses réalisées. Barnett [1984] n'utilise que des séries regroupant plus de 30 ans de données. Pirazzoli [1986] estime que le critère de sélection doit être fixé à 50 ans, mais que l'on peut aussi utiliser des séries de 30 ans après les avoir analysées en détail. Trupin &Wahr [1990] fixent la limite basse à 40 ans, Peltier & Tushingham [1991] choisissent la valeur de 50 ans, et Douglas [1991,1992] élève encore le

critère à 60 ans, puis à 70 ans [1997]. Plus récemment, Douglas [2001] explique que les séries de 10 à 20 ans ne sont pas adaptés à ce type de calcul et d'après Pugh [2004] les séries de moins de 25 ans sont celles qui présentent la plus grande variabilité. Haigh *et al* [2009] ont proposé une méthode permettant d'utiliser des séries d'au moins 30 ans contre 50 ans classiquement. Cette nouvelle méthode nécessite d'étudier simultanément plusieurs stations voisines et de leur retirer leur variabilité commune avant le calcul de tendances.
La figure 13 a été réalisé à partir des 1284 séries marégraphiques RLR[8] du PSMSL (Permanent Service for Mean Sea Level) le 7 décembre 2011. Elle représente les tendances (ainsi que les écarts-types associés) de ces séries, estimées par régression linéaire à partir de moyennes annuelles. On constate que les séries de moins de 20 ans sont fortement perturbées par la variabilité inter-annuelle à décennale du niveau marin. [Gouriou]

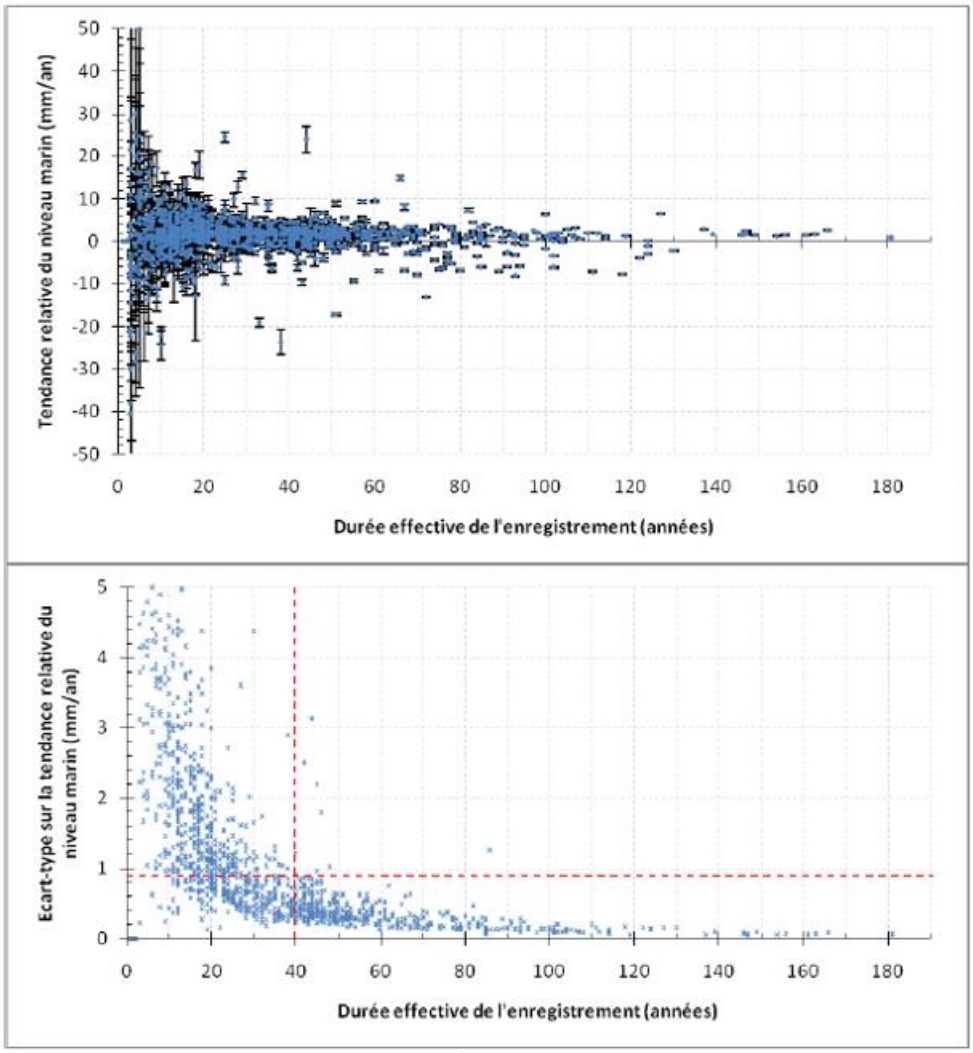


Fig.13

a) Tendances relatives du niveau marin ($mm * an^{-1}$) estimées par régression linéaires à partir des moyennes Annuelles RLR du PSMSL en fonction de la durée effective de l'enregistrement marégraphique.
b) Idem mais avec l'écart-type calculé sur la tendance ;

[8] Afin de construire des séries chronologiques de mesures du niveau de la mer pour chaque observatoire, les moyennes mensuelles et annuelles doivent être ajustées afin de former un ensemble cohérent (pensons par exemple aux problèmes d'ajustement des horaires de marées sachant qu'au 19ème siècle, l'heure indiquée sur les marégrammes était l'heure locale au Soleil et non l'heure légale qui n'existait pas encore, ou bien aux modifications des échelles verticales : ajustement du zéro hydrographique, changement du référentiel de nivellement etc..). A ce jour environ deux-tiers des stations de la base de données PSMSL ont vu leurs données ajustées, formant ainsi le jeu de données '' Révisé Local de Référence '' ou RLR. [NDA]

Bien qu'il soit admis que soixante ans d'enregistrement sont raisonnables pour estimer les variations eustatiques actuelles et filtrer les contributions cycliques et irrégulières du signal (échange épistolaire entre Y. Ferret et l'auteur le 14 janvier 2014), nous ne prendrons en compte dans ce document que les séries marégraphiques RLR du PSMSL, à l'exception de la série marégraphique de Saint-Nazaire dont les données ont été communiquées par Y. Ferret à l'auteur, dont la durée d'enregistrement est supérieure à 100 ans.

3.2 Méthodologie.

L'objectif de ce document est d'évaluer la variation de la vitesse d'élévation du niveau de la mer localement à partir des séries marégraphiques de quelques ports européens. En effet la vitesse seule sur une durée donnée nous donne peu de renseignements, et comme souvent en Physique, c'est la variation d'une grandeur (en fonction du temps par exemple) qui est porteuse d'informations. Dans le cas de la vitesse, la variation de celle-ci en fonction du temps se dénomme accélération.

Lorsque l'on établit un graphique de la hauteur du niveau de la mer en fonction du temps on obtient un nuage de points que l'on modélise souvent par une droite des moindres carrés. Une question, inévitable, se pose : la droite est-elle représentative de la distribution du nuage de points ? Un indicateur, le coefficient de détermination, permet de quantifier l'ajustement de la droite de régression vis-à-vis de la distribution des points dans le temps. La définition du coefficient de détermination est la suivante :

$$R^2 = 1 - \frac{SCE_D}{SCE_{\bar{z}}}$$

Où :

SCE_D est la somme des carrés des écarts par rapport à la droite des moindres carrés.

$SCE_{\bar{z}}$ est la somme des carrés des écarts par rapport à la moyenne des hauteurs.

Si SCE_D est égal à zéro alors $R^2 = 1$ alors la droite des moindres carrés est un parfait ajustement du nuage de points (tous les points sont sur la droite).

Si $\frac{SCE_D}{SCE_{\bar{z}}} \approx 1$ alors $R^2 \approx 0$, la droite n'est pas représentative de la distribution du nuage de points. Ceci étant nous pouvons ajuster un nuage de points autrement que par une régression linéaire.

Illustrons ceci par deux exemples.

1er exemple.

Nous nous sommes limités à quelques points pour les besoins de l'explication :

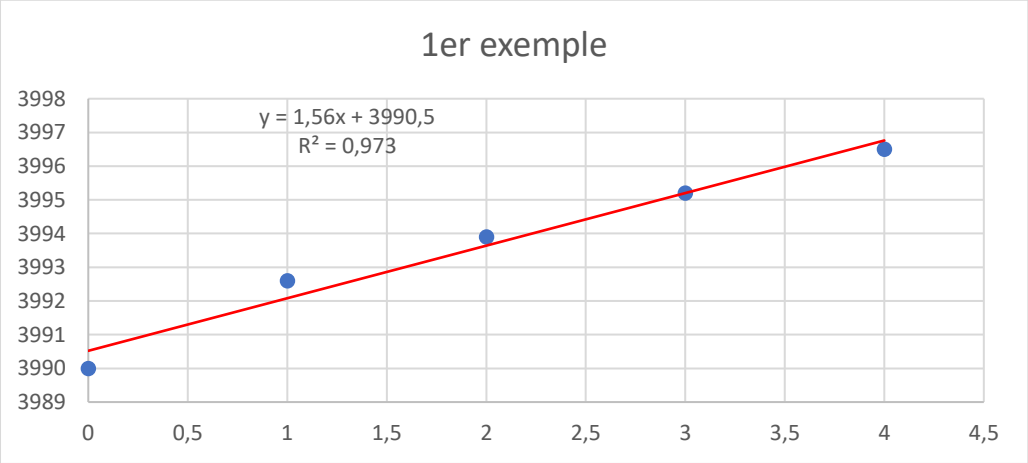


Fig.14

Nous voyons sur la figure 14 que R^2 est proche de l'unité ce qui montre que la droite modélise correctement la distribution du nuage de points. Réécrivons l'équation de cette droite[9] :

$$z = 1{,}56t + 3990{,}5\ [L]$$

Où z est la hauteur et t le temps.
En dérivant cette fonction par rapport au temps, on obtient la vitesse d'élévation :

$$\dot{z} = 1{,}56\ [L * T^{-1}]$$

En dérivant une nouvelle fois, on obtient la variation de la vitesse en fonction du temps, c'est-à-dire l'accélération de l'élévation. La vitesse étant ici constante, on en déduit que l'accélération est nulle soit :

$$\ddot{z} = 0$$

Remarquons qu'il n'est pas possible de déterminer l'accélération de l'élévation avec une simple droite de régression, d'où l'idée d'utiliser un trinôme du second degré porteur de davantage d'informations.
2ème exemple.

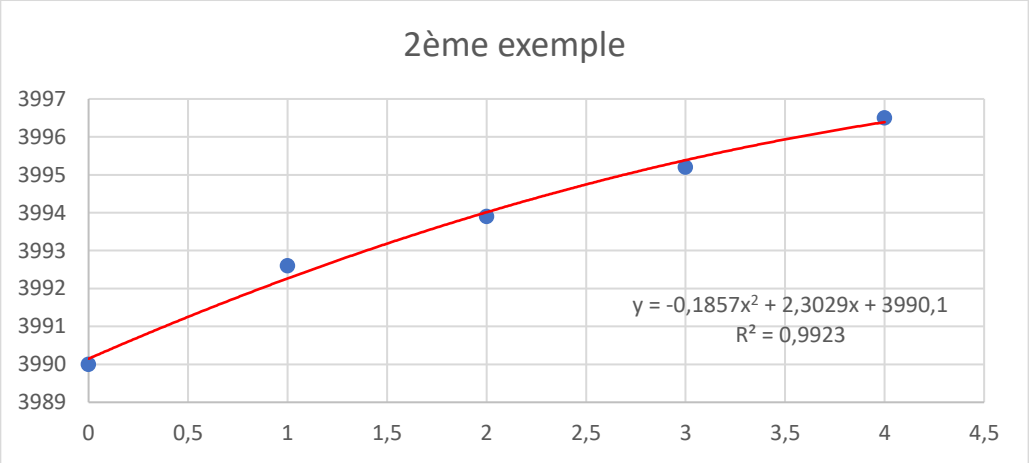


Fig.15

L'ajustement du nuage de points par le trinôme du second degré est quasi parfait car en effet $R^2 \approx 1$ (figure 15). L'expression de la hauteur est alors de la forme :

$$z = at^2 + bt + c$$

Comme précédemment on obtient la vitesse en dérivant l'expression ci-dessus :

$$\dot{z} = 2at + b$$

Puis en dérivant une seconde fois :

$$\ddot{z} = 2a$$

[9] Nous adoptons dans ce document les notations usuelles en Physique : z pour la hauteur, t pour le temps et la notation de Newton dans le cas de la dérivée d'une fonction par rapport au temps.

Nous obtenons l'accélération qui est, dans ce que cas précis, une constante.
Le signe de la constante ''a'' du trinôme nous apporte déjà quelques renseignements :

- Si a > 0, la fonction présente un minimum
- Si a < 0 la fonction présente un maximum.

Dans le cas de notre exemple nous avons :

$$z = -0{,}1857t^2 + +20{,}29t + 3990{,}1\ [L]$$

La fonction présente un maximum, d'autre part :

$$\dot{z} = -0{,}3714t + 20{,}29\ [L * T^{-1}]$$

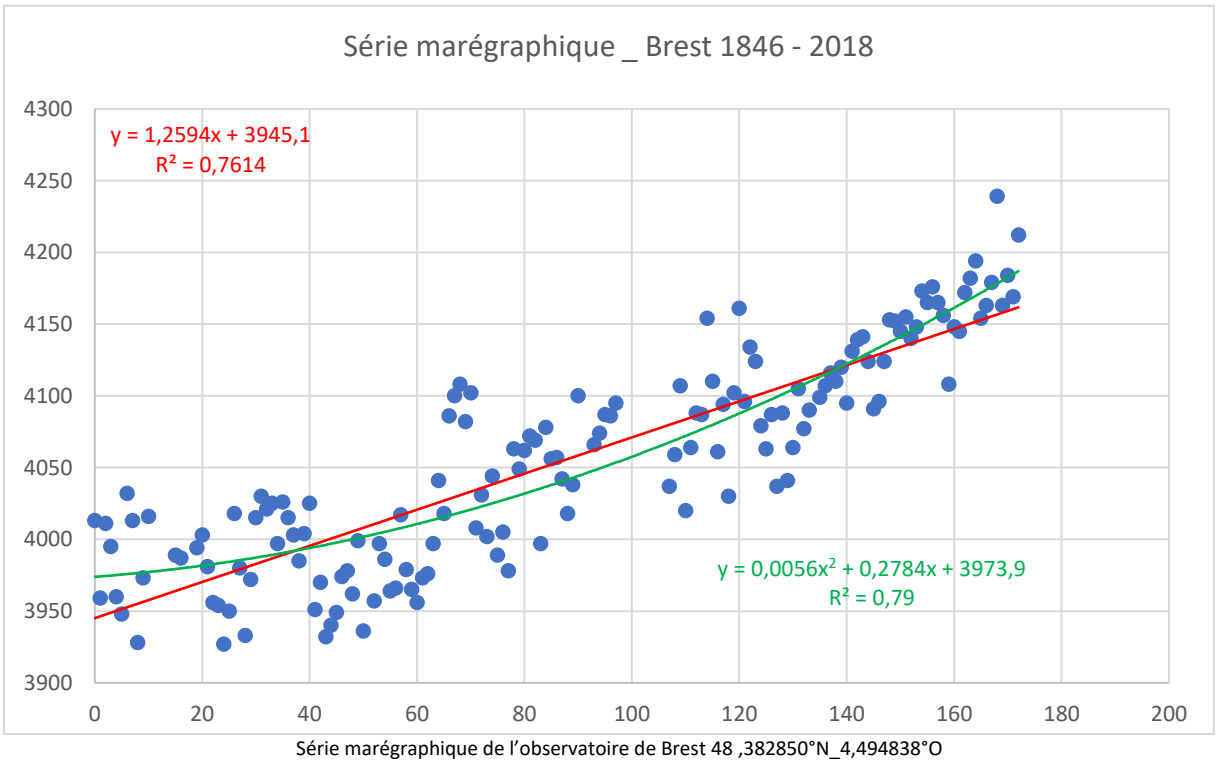
$$\ddot{z} = -0{,}3714\ [L * T^{-2}]$$

L'accélération est ici négative. Notons que vitesse et accélération sont de sens opposés.

3.3 Etudes de séries marégraphiques. Océan Atlantique.

3.3.1 Série marégraphique de Brest (France).

La série marégraphique de Brest s'étend de 1846-à 2018 soit 172 ans (figure 16) et est composée de 154 points. Ceci s'explique par des lacunes dans la série qui correspondent souvent à des périodes troubles de l'Histoire (aucune mesure entre 1943 et 1953 à Brest). Afin de ne prendre en compte que la période considérée, nous avons procédé à une translation de l'échelle des abscisses : l'abscisse zéro correspond à l'année 1846, tandis l'abscisse 173 correspond à l'année 2018. Les lacunes de la série ont été conservées.
Avec un coefficient de 0,76, la droite des moindres carrés permet déjà de se faire une bonne idée de la situation : on peut déjà se douter que l'accélération sera faible (qu'on ne peut déterminer, on l'a vu, avec une simple droite sauf cas particulier).



Série marégraphique de l'observatoire de Brest 48 ,382850°N_4,494838°O

Fig.16

On en déduit également que la vitesse d'élévation, selon cette droite, à pour valeur :

$$\dot{z} = 1{,}26\ mm * an^{-1}$$

L'approximation polynomiale de la figure 16 nous apporte d'avantage d'informations. Tout d'abord le signe du coefficient ''a'' nous indique que l'arc de parabole est convexe et que la fonction présente un minimum. L'évolution de la vitesse s'exprime par la relation :

$$\dot{z} = 0{,}0112t + 0{,}2784$$

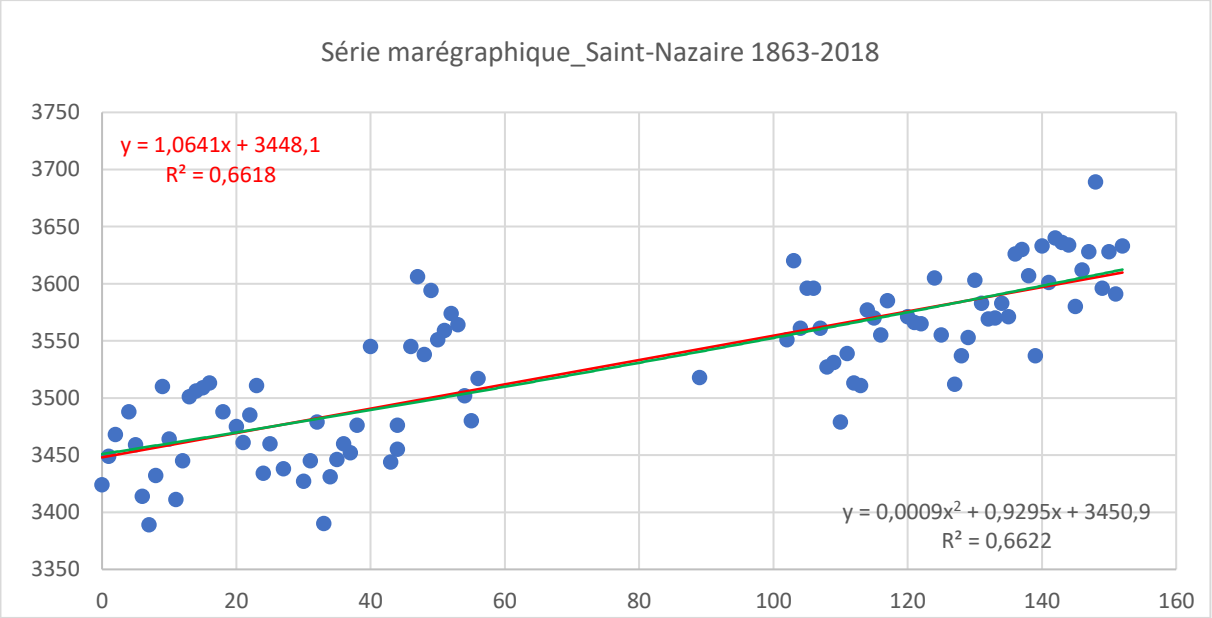
Pour l'année 1846, nous obtenons $\dot{z} \approx 0{,}28\ mm * an^{-1}$ tandis que pour l'année 2018 la vitesse de l'élévation est proche de 2,2 $mm * an^{-1}$.
L'accélération a pour valeur :

$$\ddot{z} = 0{,}0112\ mm * an^{-2}$$

Ou encore $11{,}2\ .10^{-6}\ m * an^{-2}\ soit\ \approx 11\ \mu m * an^{-2}$.

3.3.2 Série marégraphique de Saint-Nazaire (France).

La série marégraphique de Saint-Nazaire (figure 17) s'étend de 1863 à 2018 et comporte 96 points de mesures. Comme précédemment, nous avons procédé à une translation des échelles des abscisses en posant zéro pour l'année 1863 et 153 pour 2018.



Série marégraphique de l'observatoire de Saint-Nazaire 47,266862°N_2,201550°O

Fig.17

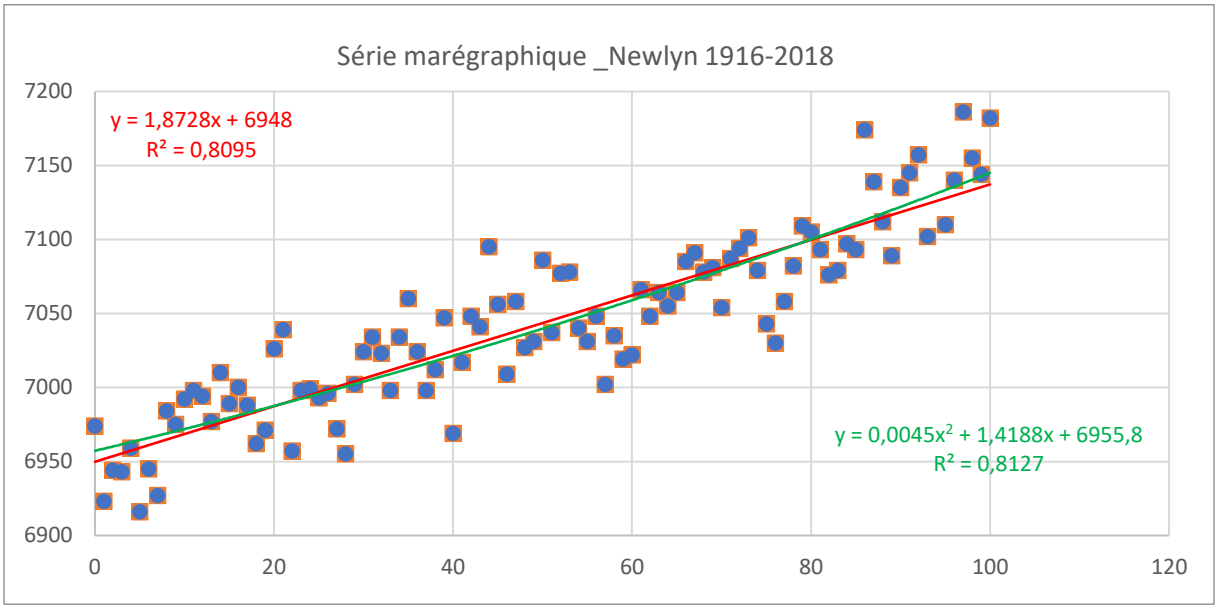
Le coefficient de détermination de la droite des moindres carrés est de 0,66 pour les deux types d'ajustement. On en déduit que l'accélération sera très faible et que la vitesse d'élévation sera proche de $1{,}06\ mm * an^{-1}$
Selon le trinôme du second degré, la vitesse s'exprime par la relation :

$$\dot{z} = 0{,}0018t + 0{,}9295$$

Soit pour t=0 (année 1863) $\dot{z} \approx 0{,}93 mm * an^{-1}$ et pour t=153 (année 2018)
$\dot{z} \approx 1{,}2\ mm * an^{-1}$
L'accélération de l'élévation du niveau marin est de $1{,}8\ \mu m * an^{-2}$.

3.3.3 Série marégraphique de Newlyn (Royaume Uni).

La série marégraphique de Newlyn (figure 18) s'étend de 1916 à 2018 et comporte 100 points de mesures. Comme précédemment, nous avons procédé à une translation des échelles des abscisses en posant zéro pour l'année 1916 et 101 pour 2018. Nous sommes en présence ici d'une série marégraphique de haute qualité avec très peu de lacunes.



Série marégraphique de l'observatoire de Newlyn 50,103000°N_5,542833°O **Fig.18**

La droite des moindres carrés est associée à un coefficient de détermination proche de 0,81 qui modélise bien la distribution du nuage de points On peut déjà se douter que l'accélération de l'élévation du niveau marin sera faible. La vitesse d'élévation est proche de 1,87 $mm * an^{-1}$

La modélisation du nuage de points par un trinôme du second degré va nous apporter davantage de précision sur le sujet. La figure 18 montre que l'élévation du niveau marin s'exprime par la relation :

$$z = 0{,}0045t^2 + 1{,}4188t + 6955{,}8$$

On en déduit la vitesse d'élévation :

$$\dot{z} = 0{,}009t + 1{,}4188$$

Pour t=0 (année 1916), nous avons

$$\dot{z} \approx 1{,}42\ mm * an^{-1}$$

Pour t=101 (année 2018), nous avons :

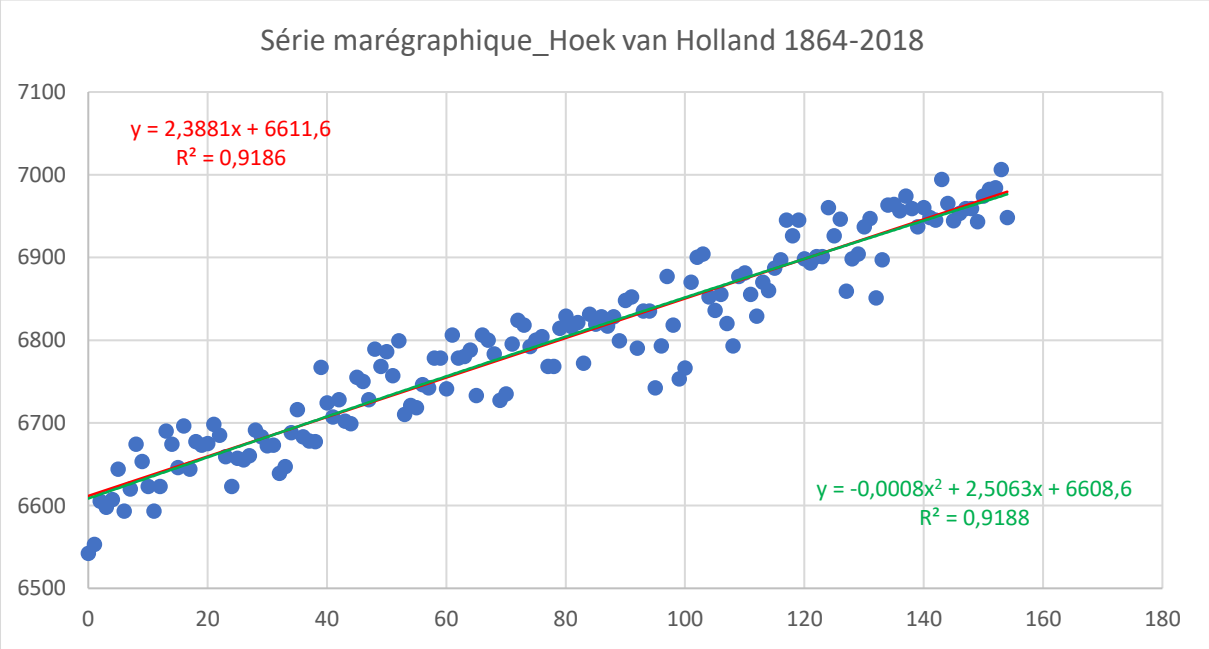
$$\dot{z} = 0{,}009 * 101 + 1{,}4188 \approx 2{,}33\ mm * an^{-1}$$

$$\ddot{z} = 9\ \mu m * an^{-2}$$

3.4 Etudes de séries marégraphiques. Mer du Nord.

3.4.1 Série marégraphique de Hoek van Holland (Pays-Bas).

La série marégraphique de Hoek van Holland (figure 19) s'étend de 1864 à 2018 et comporte 155 points de mesures sans aucune lacune. Là encore nous sommes en présence d'un jeu de données de première qualité. Nous procédons à une translation de l'échelle des abscisses en posant zéro pour 1864 et 155 pour l'année 2018



Série marégraphique de l'observatoire de Hoek van Holland 51,977500°N_4,120000°E

Fig.19

Le coefficient de détermination proche de 0,92 de la droite montre que celle-ci modélise très bien la distribution du nuage de points, on peut estimer sans grand risque d'erreur que l'accélération de l'élévation du niveau marin est quasi nulle.
La modélisation par un trinôme du second degré s'exprime par la relation :

$$z = -0{,}0008t^2 + 2{,}5063t + 6608{,}6$$

On constate que le coefficient du terme du second degré est négatif, l'arc de parabole est concave. Nous pouvons d'ores et déjà affirmer que l'accélération est négative.
La vitesse d'élévation du niveau marin s'exprime par la relation :

$$\dot{z} = -1{,}6 * 10^{-3}t + 2{,}5063$$

Pour t=0, (année 1864) nous obtenons :

$$\dot{z} \approx 2{,}5\ mm * an^{-1}$$

Et pour t=155 (année 2018)

$$\dot{z} = -1{,}6 * 10^{-3} * 155 + 2{,}5063 \approx 2{,}26\ mm * an^{-1}$$

Ces valeurs encadrent celle issue de la droite des moindres carrés :

$$2{,}26 < 2{,}39 < 2{,}5\ mm * an^{-1}$$

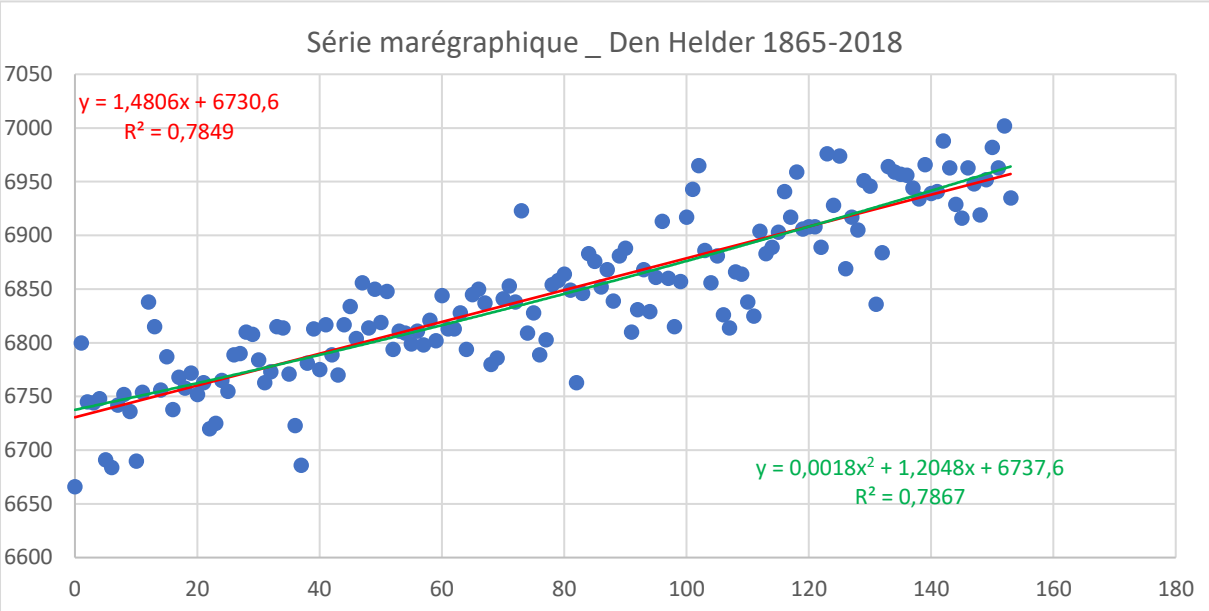
$$\ddot{z} = -1{,}6\ \mu m * an^{-2}$$

Vitesse et accélération sont ici de sens opposés.

3.4.2 Série marégraphique de Den Helder (Pays-Bas).

Là encore, nous disposons d'une série marégraphique de première qualité s'étendant de 1865 à 2018 sans aucune lacune (figure 20)

Le nuage de points est un peu plus dispersé que dans le cas de l'observatoire de Hoek van Holland. Il n'en reste pas moins qu'avec un coefficient de détermination ≈0,78 pour les deux ajustements, le nuage de points est correctement modélisé. La droite de régression nous donne une vitesse d'élévation du niveau marin ≈1,48 $mm * an^{-1}$



Série marégraphique de l'observatoire de Den Helder 52,964444°N_4,745000°E

Fig.20

Le trinôme du second degré modélisant le nuage de point est de la forme :

$$z = 0{,}0018t^2 + 1{,}2048t + 6737{,}6$$

L'arc de parabole est convexe car 0,018>0, on déduit que l'accélération est positive. Nous en déduisons immédiatement par dérivation l'expression de la vitesse d'élévation :

$$\dot{z} = 3{,}6 * 10^{-3}t + 1{,}2048$$

Pour t= 0, (année 1865), nous avons :

$$\dot{z} \approx 1{,}2\ mm * an^{-1}$$

Pour t=154 (année 2018), nous obtenons :

$$\dot{z} = 3{,}6 * 10^{-3} * 154 + 1{,}2048 \approx 1{,}76\ mm * an^{-1}$$

Ces deux valeurs encadrent celle issue de la droite des moindres carrés.

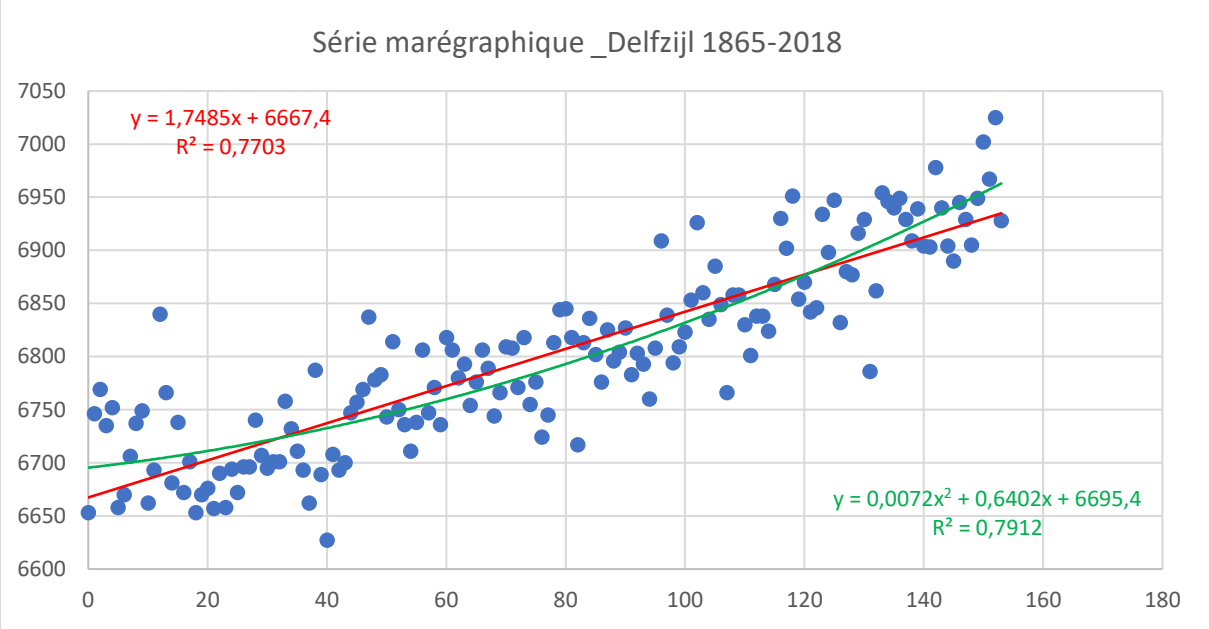
Pour l'accélération nous obtenons :

$$\ddot{z} = 3{,}6\mu m * an^{-2}$$

3.4.3 Série marégraphique de Delfzijl (Pays-Bas).

De nouveau une série marégraphique sans lacune de très grande qualité (figure 21) s'étendant de 1865 à 2018. L'ajustement du nuage de points par la droite des moindres carrés est satisfaisant avec un coefficient de détermination proche de 0,77. La dérivée de l'expression de la hauteur du niveau marin nous donne directement la vitesse d'élévation :

$$\dot{z} \approx 1{,}75\ mm * an^{-1}$$



Série marégraphique de l'observatoire de Delfzijl 52,326389°N_6,933056°E

Fig.21

Le trinôme d'ajustement du second degré a pour expression :

$$z = 0{,}0072t^2 + 0{,}6402t + 6695{,}4$$

On en déduit immédiatement la vitesse d'élévation par dérivation :

$$\dot{z} = 0{,}014t + 0{,}6402$$

Pour t=0 (année 1865), nous avons :

$$\dot{z} \approx 0{,}64\ mm * an^{-1}$$

Pour t=153 (année 2018), nous avons :

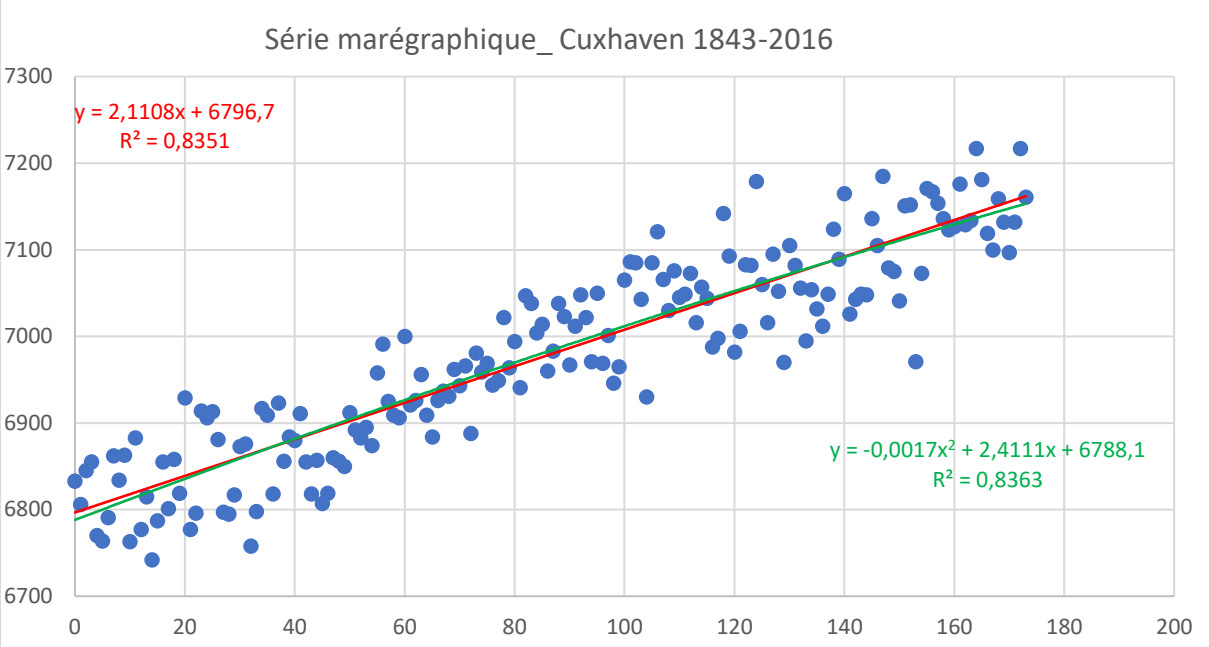
$$\dot{z} = 0{,}014 * 153 + 0{,}6402 \approx 2{,}78\ mm * an^{-1}$$

L'accélération a ici pour valeur :

$$\ddot{z} = 14\ \mu m * an^{-2}$$

3.4.4 Série marégraphique de Cuxhaven (Allemagne).

Nous avons à faire ici aussi à série marégraphique de haute qualité sans lacune qui s'étend de 1843 à 2016. Le coefficient de détermination de la droite des moindres carrés est quasiment égal à celui du trinôme du second degré à savoir ≈0,84. On peut déjà estimer que la vitesse de l'élévation du niveau de la mer sera proche de $2{,}11\ mm * an^{-1}$ valeur que nous allons pouvoir encadrer grâce au trinôme du second degré.



Série marégraphique de l'observatoire de Cuxhaven 53,866667°N_8,716667°E

Fig.22

L'arc de parabole décrit par le trinôme est concave, l'accélération est donc négative. Nous avons respectivement pour la vitesse et l'accélération les expressions suivantes :

$$\dot{z} = -0{,}0034t + 2{,}4111$$

$$\ddot{z} = -3{,}4\ \mu m * an^{-2}$$

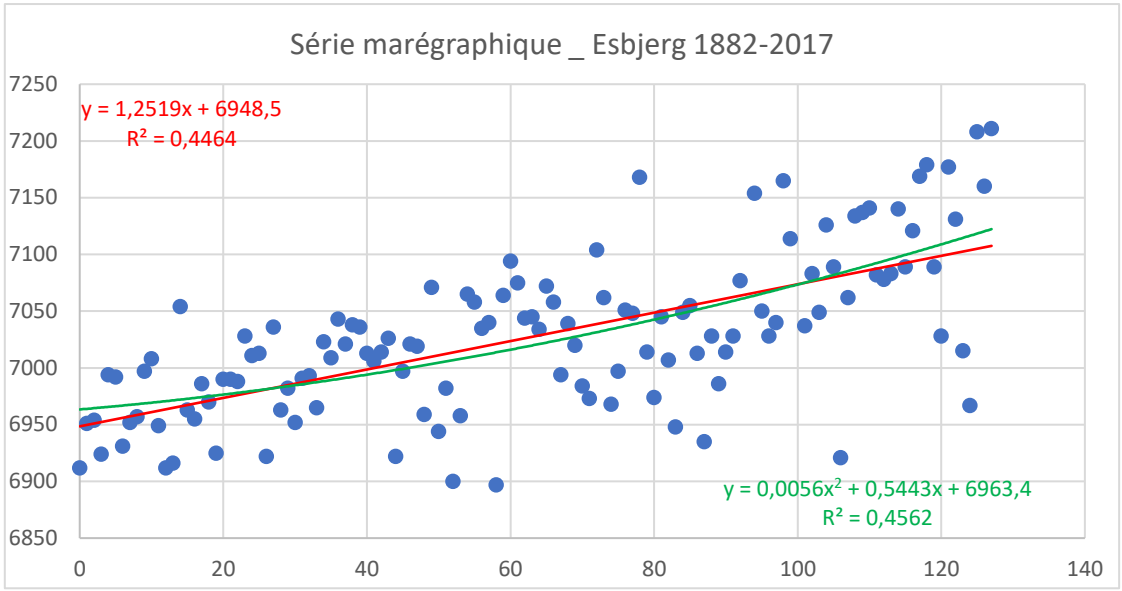
Pour t=0, (année 1843), la vitesse d'élévation est de ≈ $2{,}4\ mm * an^{-1}$ et pour t= 173, nous obtenons :

$$\dot{z} = -0{,}0034 * 173 + 2{,}4111 \approx 1{,}82\ mm * an^{-1}$$

3.4.5 Série marégraphique de Esbjerg (Danemark).

Cette série marégraphique s'étend de 1882 à 2017 et est composée de 126 points (figure 23). On peut remarquer une certaine dispersion du nuage autour de la droite des moindres carrés, celle-ci nous indique une vitesse d'élévation d'environ $1{,}25\ mm * an^{-1}$

Voyons quelles informations nous pouvons tirer de l'ajustement par le trinôme du second degré. Le coefficient homonyme est positif, l'arc de parabole est convexe, l'accélération positive.



Série marégraphique de l'observatoire de Esbjerg – 55,4608833°N_8,441111°E

Fig.23

La vitesse d'élévation du niveau marin s'exprime par la relation :

$$\dot{z} = 0{,}0112t + 0{,}5443$$

Pour t=0 (année 1882), la vitesse est proche de $0{,}54\ mm * an^{-1}$, tandis que pour t=128, nous obtenons :

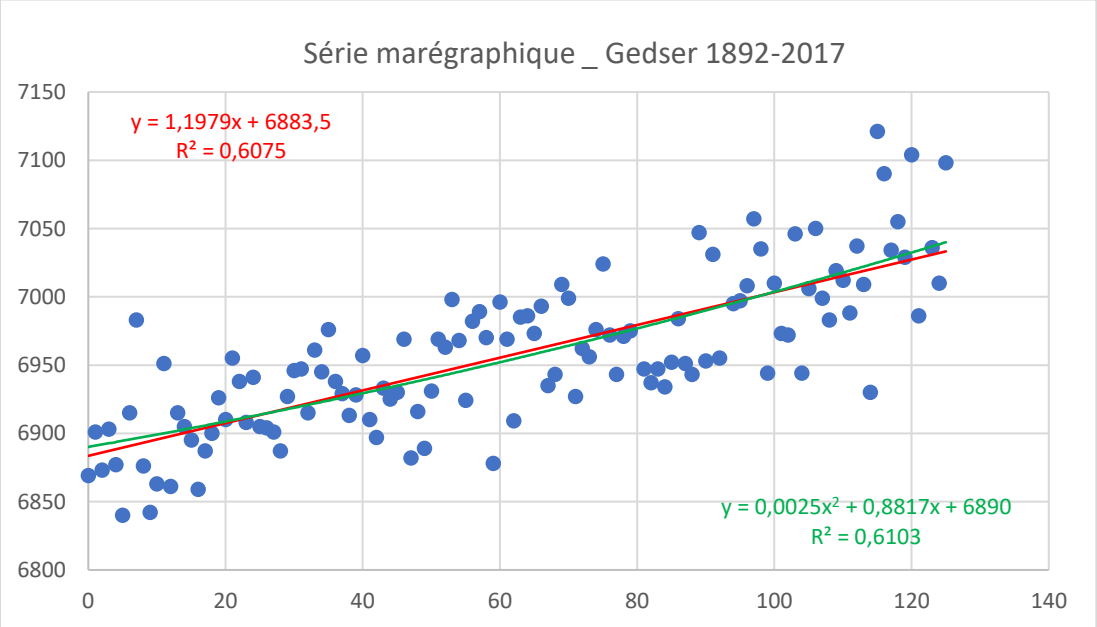
$$\dot{z} = 0{,}0112 * 128 + 0{,}5392 = 1{,}97\ mm * an^{-1}$$

L'accélération est de l'ordre $11{,}2\ \mu m * an^{-2}$

3.5 Etudes de séries marégraphiques. Mer Baltique.

3.5.1 Série marégraphique de Gedser (Danemark).

La série marégraphique de 1892 à 2017 et comprend 123 points (figure 24).



Série marégraphique de l'observatoire de Gedser 54,572778°N_11,925556°E

Fig.24

Le coefficient angulaire de la droite des moindres carrés, dont le coefficient de détermination est d'environ 0,61, indique une vitesse d'élévation du niveau marin proche de $1{,}2\ mm * an^{-1}$
Le coefficient du terme au carré du trinôme du second degré est positif : l'arc de parabole est convexe. La vitesse d'élévation s'exprime par la relation :

$$\dot{z} = 0{,}005t + 0{,}8817$$

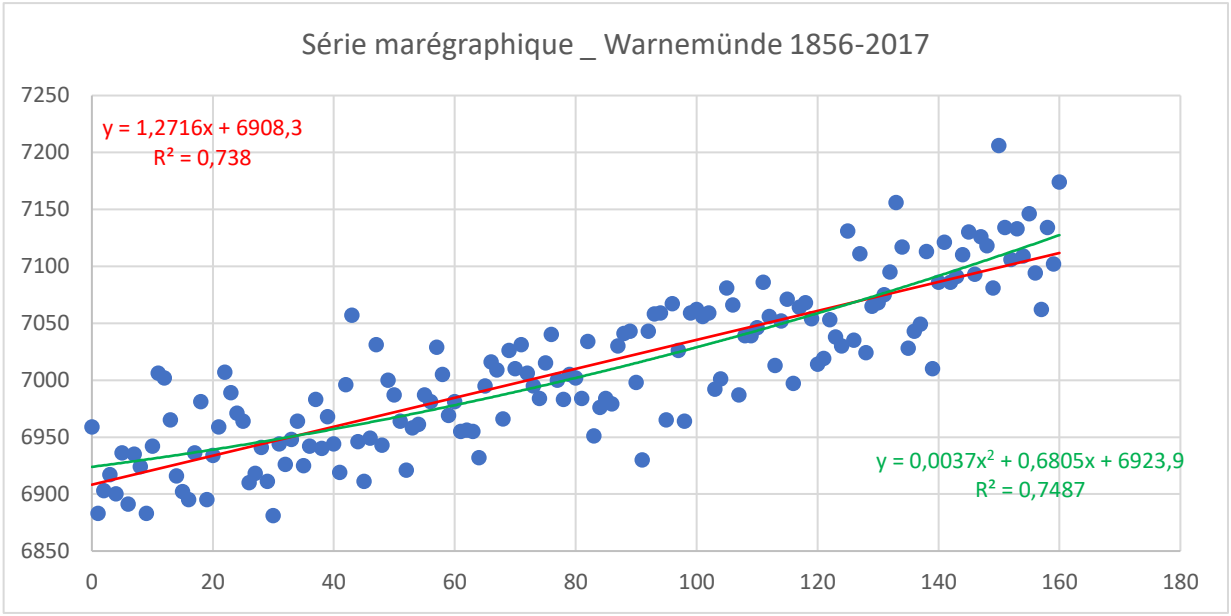
Pour t= 0, ce qui correspond à l'année 1892, la vitesse d'élévation est proche de $0{,}88\ mm * an^{-2}$. Pour t= 126 (année 2017), nous obtenons une vitesse de :

$$\dot{z} = 0{,}005 * 126 + 0{,}8817 \approx 1{,}52\ mm * an^{-1}$$

L'accélération est de l'ordre de $5\mu m * an^{-2}$

3.5.2 Série marégraphique de Warnemünde (Allemagne).

La série marégraphique de Warnemünde s'étend de 1856 à 2017 et comporte 161 points (figure 25). Il s'agit d'une série complète sans lacune. La droite des moindres carrés est assortie d'un coefficient de détermination proche de 0,74 et nous informe que la vitesse d'élévation du niveau de la mer est approximativement de $1{,}27\ mm * an^{-1}$



Série marégraphique de l'observatoire de Warnemünde 54,169722°N_ 12,103333°E

Fig.25

Là encore, le coefficient ''a'' du trinôme du second degré est positif ce qui se traduit par une courbure convexe de l'arc de parabole. L'expression de la vitesse est :

$$\dot{z} = 0{,}0074t + 0{,}6805$$

Pour t=0 correspondant à l'année 1856, la vitesse d'élévation du niveau marin est de $0{,}68\ mm * an^{-1}$
Pour t=161 correspondant cette fois-ci à l'année 2017, la vitesse d'élévation est donnée par l'expression suivante :

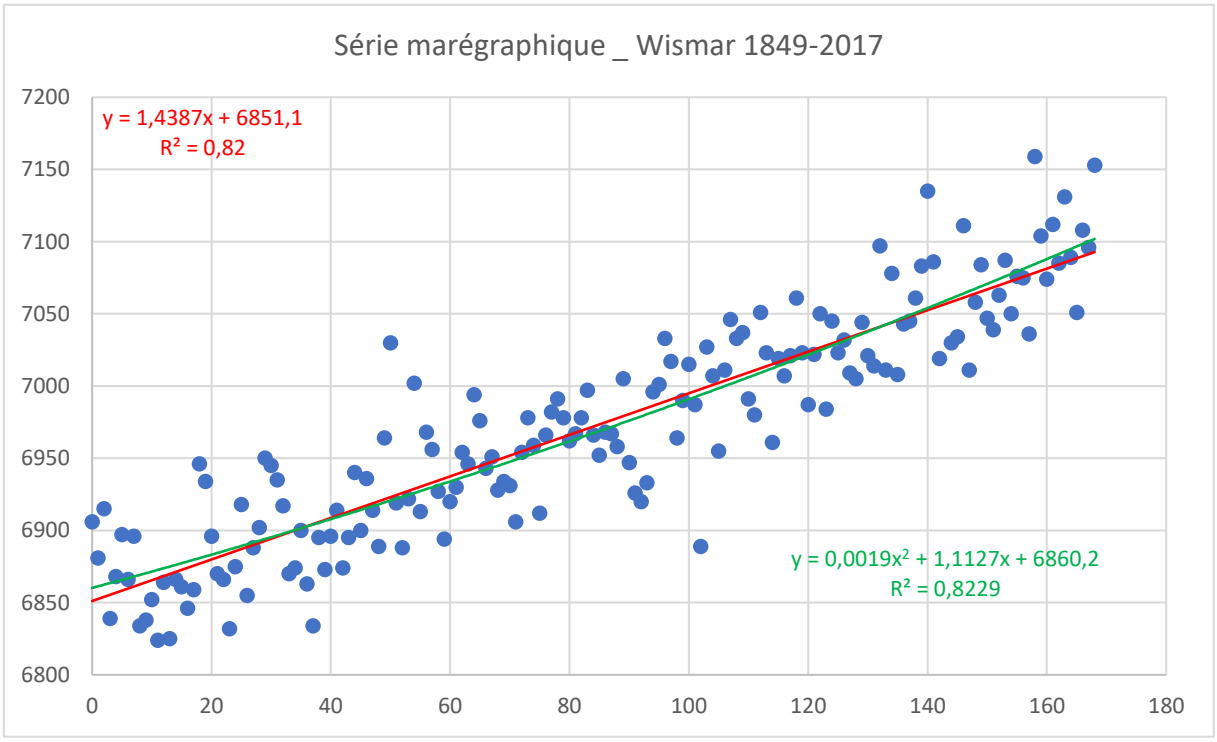
$$\dot{z} = 0{,}0074 * 161 + 0{,}6805 \approx 1{,}87\ mm * an^{-1}$$

L'accélération de l'élévation du niveau marin, constante, vaut :

$$\ddot{z} = 7{,}4\ \mu m\ an^{-2}$$

3.5.3 Série marégraphique de Wismar (Allemagne).

La série marégraphique de Wismar s'étend de 1849 à 2017 et comporte 168 points. La droite des moindres carrés, associée à un coefficient de détermination de 0,82, nous indique une vitesse d'élévation du niveau marin $\approx 1{,}44\ mm * an^{-2}$.



Série marégraphique de l'observatoire de Wismar 53,89889°N_11,458056°E

Fig.26

Le coefficient ''a'' du trinôme du second degré est positif, l'arc de parabole est convexe et l'accélération positive. La vitesse s'exprime par la relation :

$$\dot{z} = 0{,}0038t + 1{,}1127$$

Pour t=0, (année 1849) la vitesse d'élévation est $\approx 1{,}11 mm * an^{-1}$, pour t=168 (année 2017), la vitesse d'élévation est de :

$$\dot{z} = 0{,}0038 * 168 + 1{,}1127 \approx 1{,}75\ mm * an^{-1}$$

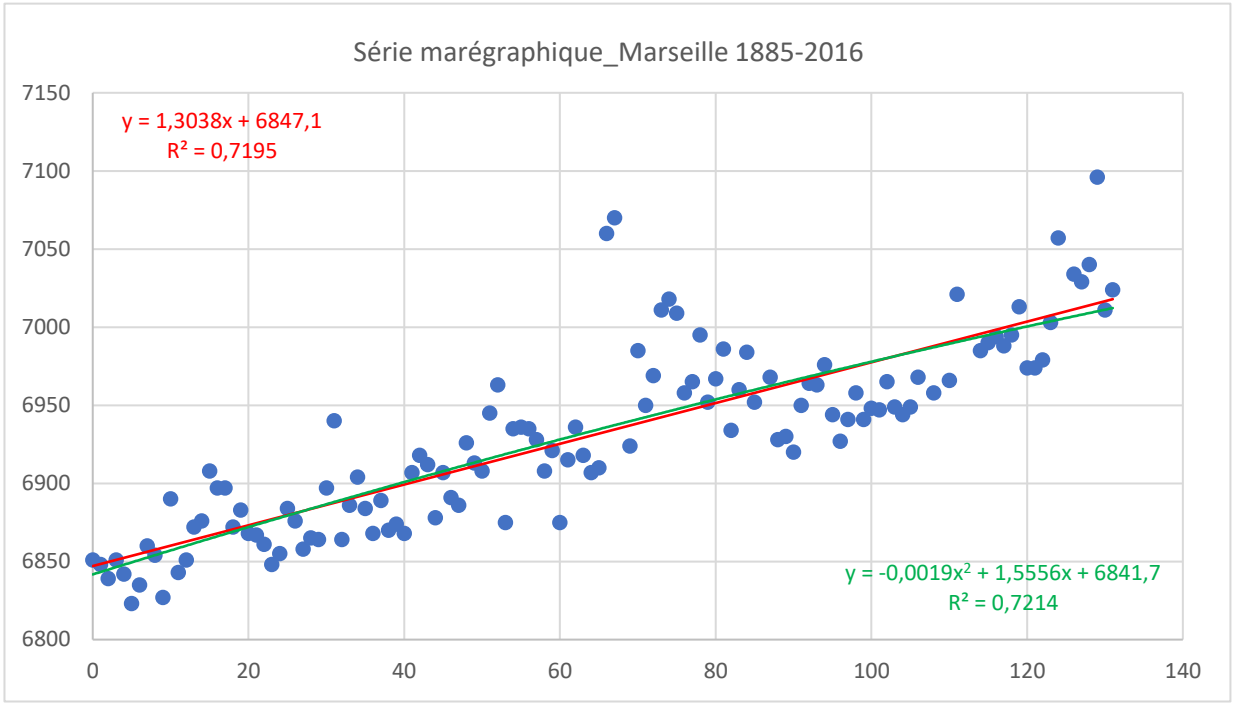
L'accélération du niveau marin vaut :

$$\ddot{z} = 3{,}8\ \mu m\ an^{-2}$$

3.6 Etudes de séries marégraphiques. Mer Méditerranée.

3.6.1 Série marégraphique de Marseille (France).

La série marégraphique de Marseille s'étend de 1885 à 2016 et est composée de 125 points. Le coefficient de détermination de la droite des moindres carrés est proche de 0,72. La vitesse d'élévation du niveau de la mer avoisine, selon cette droite, $1{,}3\ mm * an^{-1}$.
Le coefficient ''a'' du trinôme du second degré est négatif, l'arc de parabole est donc concave et l'accélération négative.



Série marégraphique de l'observatoire de Marseille 43,278801°N_5,353860°E

En dérivant le trinôme du second degré, on obtient l'expression de la vitesse d'élévation du niveau marin :

$$\dot{z} = -0{,}0038t + 1{,}5556$$

Pour t=0 (année 1885), la vitesse d'élévation est $\approx 1{,}6\ mm * an^{-1}$, tandis que pour t=132 (année 2016), nous avons :

$$\dot{z} = -0{,}0038 * 132 + 1{,}5556 \approx 1{,}05\ mm * an^{-1}$$

On en déduit l'accélération de l'élévation du niveau marin :

$$\ddot{z} = -3{,}8\ \mu m\ an^{-2}$$

3.7 Résumé. Analyses

La tableau 1 rassemble les principaux résultats de nos douze séries marégraphiques :

Observatoires	Etendue de mesures	Vitesse de l'élévation (mm/an)	Accélération de l'élévation (µm/an^2)
Brest (Atlantique)	1846-2018	0,28 ≤ v ≤ 2,2	a ≈ 11
Saint-Nazaire (Atlantique)	1863-2018	0,93 ≤ v ≤ 1,2	a ≈ 1,8
Newlyn (Atlantique)	1916-2018	1,42≤ v ≤ 2,33	a ≈ 9
Hoek van Holland (Mer du nord)	1864-2018	2,5≥ v ≥ 2,26	a ≈ -1,6
Den Helder (Mer du Nord)	1865-2018	1,2≤ v ≤ 1,76	a ≈ 3,6
Delfzijl (Mer du Nord)	1865-2018	0,64 ≤ v ≤ 2,78	a ≈ 14
Cuxhaven (Mer du nord)	1843-2016	2,4 ≥ v ≥ 1,82	a ≈ -3,4
Esbjerg (Mer du Nord)	1882-2017	0,54 ≤ v ≤ 1,97	a ≈ 11,2
Gedser (Mer Baltique)	1892-2017	0,88 ≤ v ≤ 1,52	a ≈ 5
Warnemünde (Mer Baltique)	1856-2017	0,68 ≤ v ≤ 1,87	a ≈ 7,4
Wismar (Mer Baltique)	1849-2017	1,11 ≤ v ≤ 1,75	a ≈ 3,8
Marseille (Mer Méditerranée)	1885-2016	1,6 ≥ v ≥ 1,05	a ≈ -3,8

Tableau 1

Il y en réalité fort peu de choses à dire, le tableau parlant de lui-même. Insistons une nouvelle fois sur la qualité des séries marégraphiques des pays d'Europe du Nord.

Pour toutes les séries concernées, l'accélération est inférieure à $15\ \mu m * an^{-2}$ ou encore $15 * 10^{-6}\ m * an^{-2}$ ce qui est très faible. Pour s'en rendre compte, il suffit de constater que la vitesse d'élévation du niveau de la mer à Brest s'est accrue de moins de 2 mm en 172 ans… On notera une accélération négative pour trois séries, dont Marseille.

Alors que penser des récentes projections du Giec qui prévoit une élévation de 1,1 mètre du niveau des mers, en moyenne, d'ici 2100 **?**

L'étude que nous venons de faire montre que la probabilité d'atteindre un tel niveau est très faible. Les annexes 2 et 3 confortent cette analyse.

Thierry Piou.
Novembre 2019

Annexe 1 : Loi des douzièmes. Vitesse de l'onde de marées
Annexe 2 : Accélération de l'élévation du niveau marin. Deuxième méthode.

Bibliographie. Notes.

- B. Simon : *Les marées océaniques côtières*. Institut océanographique.2007.
- G. Bessero : *Marées*. SHOM Fascicules 1 et 2. 1985.
- O. Guérin : *Tout savoir sur les marées*. Ouest-France.2004
- N. Pouvreau : Thèse de doctorat de l'Université de la Rochelle spécialité géophysique : *Trois cents ans de mesures marégraphiques en France : outils, méthodes, et tendances des composantes du niveau de la mer au port de Brest.* 2008.
- T. Gouriou : Thèse de doctorat de l'Université de la Rochelle spécialité océanographie physique *: Evolution des composantes du niveau marin à partir d'observations de marégraphie effectuées depuis la fin du 18ème siècle en Charente-Maritime*.2012
- Y. Ferret : *Reconstruction de la série marégraphique de Saint-Nazaire*. Rapport d'étude. SHOM. 2016.
- R. Le Roy : *Evaluation des performances des télémètres radar pour la mesure des hauteurs d'eau*. Rapport d'étude. SHOM. 2006.
- N. Pouvreau, Y. Ferret, T. Piou : *Echanges épistolaires*.

Conférences.

- N. Pouvreau : *300 ans d'observation du niveau de la mer à Brest*. Océanopolis Brest. 7 juin 2016.
- J. Vourc'h : *Les marées océaniques*. Pêcheurs d'étoiles. La Baule.

Annexe 1 : Loi des douzièmes. Vitesse de l'onde de marée.

Il est possible de déterminer la variation de la hauteur de la marée à partir de la basse mer ou de la pleine mer en un temps donné à l'aide de formules trigonométriques. Il existe cependant une méthode simple connue sous le nom de loi des douzièmes permettant d'arriver à un résultat approximatif tout à fait satisfaisant en pratique. Il suffit de connaître l'heure de la pleine mer et de la basse mer ainsi que la dénivellation entre leurs niveaux d'eau. On trouve ces informations dans les annuaires de marées ou sur les sites internet dédiés tels que ''maree.info'' (figure A11)

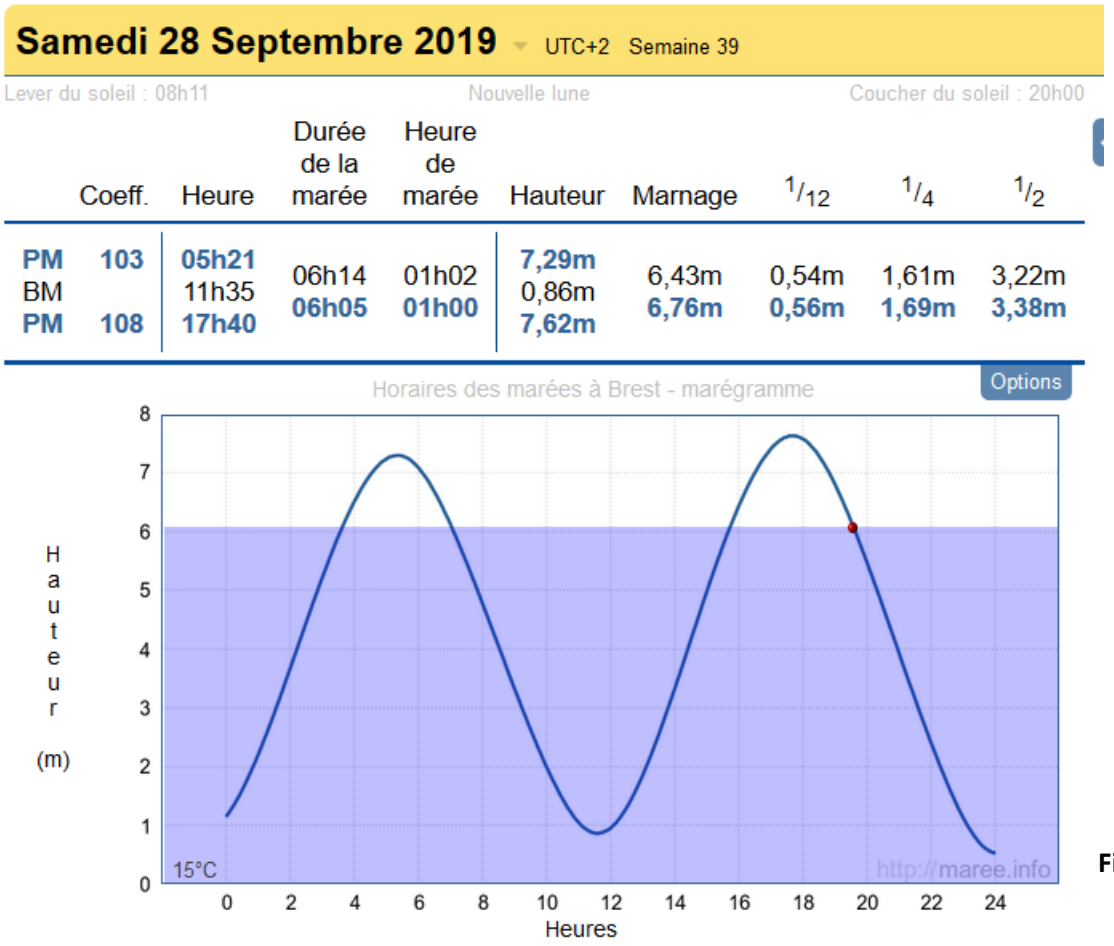


Fig.A1.1

La loi des douzièmes s'applique de la façon suivante : l'intervalle de temps est divisé par 6, le marnage par 12.
Le mouvement de la mer est de :

- 1/12 la 1ère heure
- 2/12 la 2ème heure
- 3/12 la 3ème heure
- 3/12 la 4ème heure
- 2/12 la 5ème heure
- 1/12 la 6ème heure

Exemple : Brest le 28 septembre 2019 (figure A1)

BM = 0,86 m à 11h35 ; PM = 7,62 m à 17h40 ; marnage 676 cm.
En conséquence :

- M/12= 56,3 cm
- 2M/12 = 112,6 cm
- 3M/12 = 168,9 cm

La durée de la montée est 6h05 dont le sixième vaut 60,8 minutes.
Les niveaux successivement atteints par la mer sont les suivants

- 86 cm à 11h35
- 86+ 56,3 = 139,3 cm à 12h35
- 139,3+112,6 = 251,9 cm à 13h36
- 251,9+168,9 = 420,8 cm à 14h37
- 420,8+168,9 = 589,7 cm à 15h38
- 589,7+112,6 = 702,3 cm à 16h38
- 702,3 +56,3 = 758,6cm à 17h38

On constate que cette méthode, bien qu'approximative, donne des résultats proches de la réalité.
Cette loi des douzièmes est importante à connaître, en particulier sur les côtes où le marnage est grand et la pente du littoral faible, par exemple la baie du Mont Saint -Michel où l'île de Noirmoutier. Des personnes se fiant à la faible montée de la mer en début de flux se font encercler sur des bancs de sable ou des rochers vers la mi-marée, à l'instant où la mer monte le plus rapidement comme le montre la figure A12.

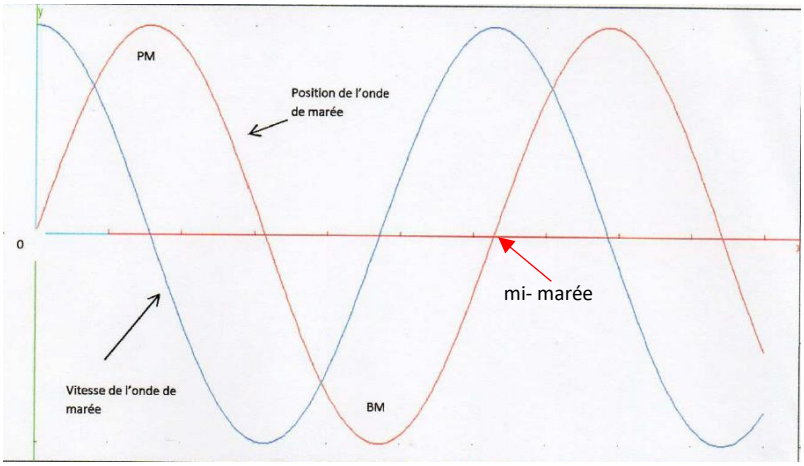


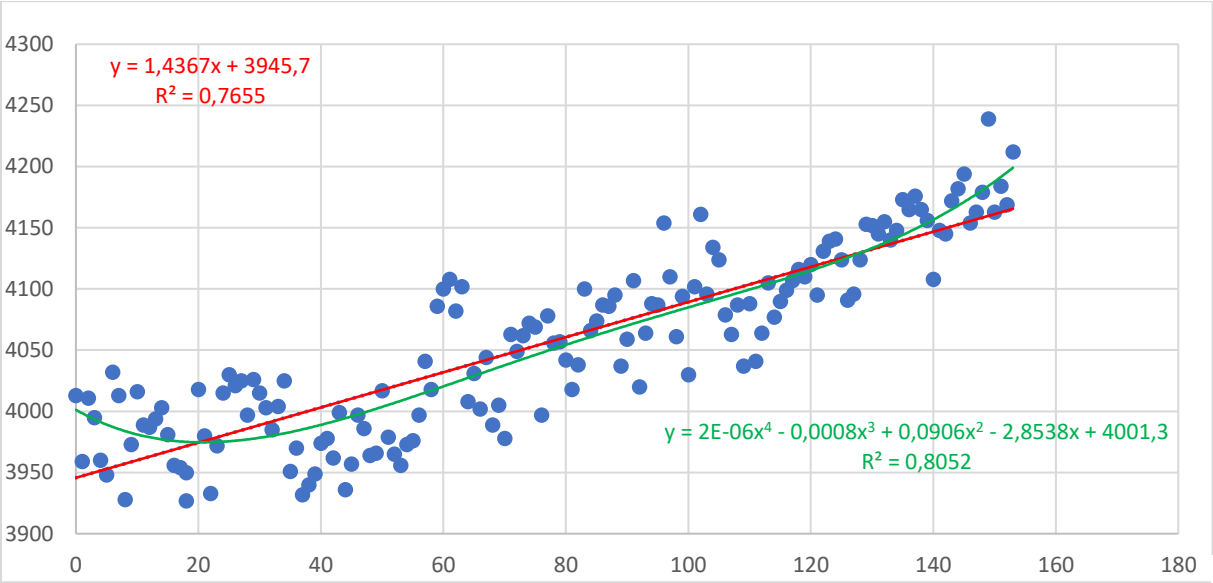
Fig.A1.2

Position et vitesse de l'onde de marée. On remarque que c'est à mi-marée que la mer monte ou descend le plus vite. Pour l'explication, nous avons considéré ici l'onde de marée comme étant purement sinusoïdale.

Le Gois est une route submersible reliant l'île de Noirmoutier au continent. Basse mer à gauche et pleine mer à droite.

Annexe 2 : Accélération de l'élévation du niveau marin. Deuxième méthode.

La méthode utilisée dans ce document permettant de déterminer l'accélération de l'élévation du niveau de la mer ne permet pas d'accéder à la variation de celle-ci sur l'étendue de mesure : la modélisation de l'élévation par un trinôme de second degré ne peut donner qu'une accélération constante. Une idée est d'utiliser un polynôme de 3ème ou 4ème degré mais on s'aperçoit rapidement que ceux-ci sont sensibles aux valeurs extrêmes de l'étendue de mesure comme on peut le voir sur la figure A21 avec la série marégraphique de Brest.



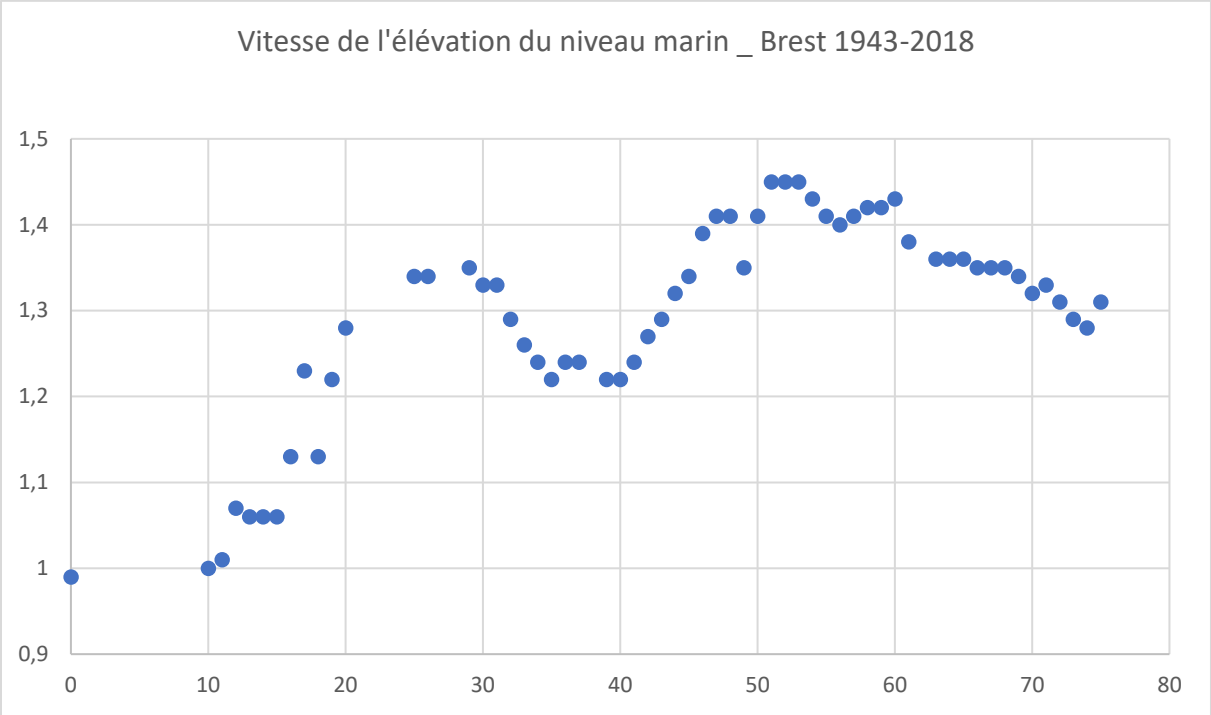
Ajustement de la série marégraphique de Brest avec un polynôme du 4ème degré

Fig.A2.1

Pour évaluer l'accélération de l'élévation du niveau marin sur les 50 ou 60, dernières années, celle qui nous intéresse finalement, il nous fallait trouver une autre méthode. L'idée est de calculer la vitesse sur un certain nombre d'années en incluant la première de la série, puis de réaliser une moyenne glissante. Le nombre d'années à prendre en compte, que l'on appelle ici groupe d'années, est peu critique mais doit néanmoins être supérieur à 60 et être autant se faire que peut, constant. Il faut malheureusement parfois tenir compte des lacunes des séries marégraphiques. L'ajustement de chaque nuage de points est réalisé par l'intermédiaire d'une droite des moindres carrés.
On établit alors un tableau comparable à celui ci-dessous (tableau A21) correspondant ici à la série marégraphique de Brest et à partir de ce tableau, on obtient le nuage de points de la figure A2.2. Celui -ci n'est donc plus représentatif de la hauteur du niveau de la mer, mais de la vitesse de celle-ci entre 1943 et 2018.
Comme précédemment, il est possible d'ajuster le nuage de points par une droite des moindres carrés. C'est ce que nous voyons à la figure A2.3.
La dérivée nous donne directement l'accélération recherchée, soit pour la droite :

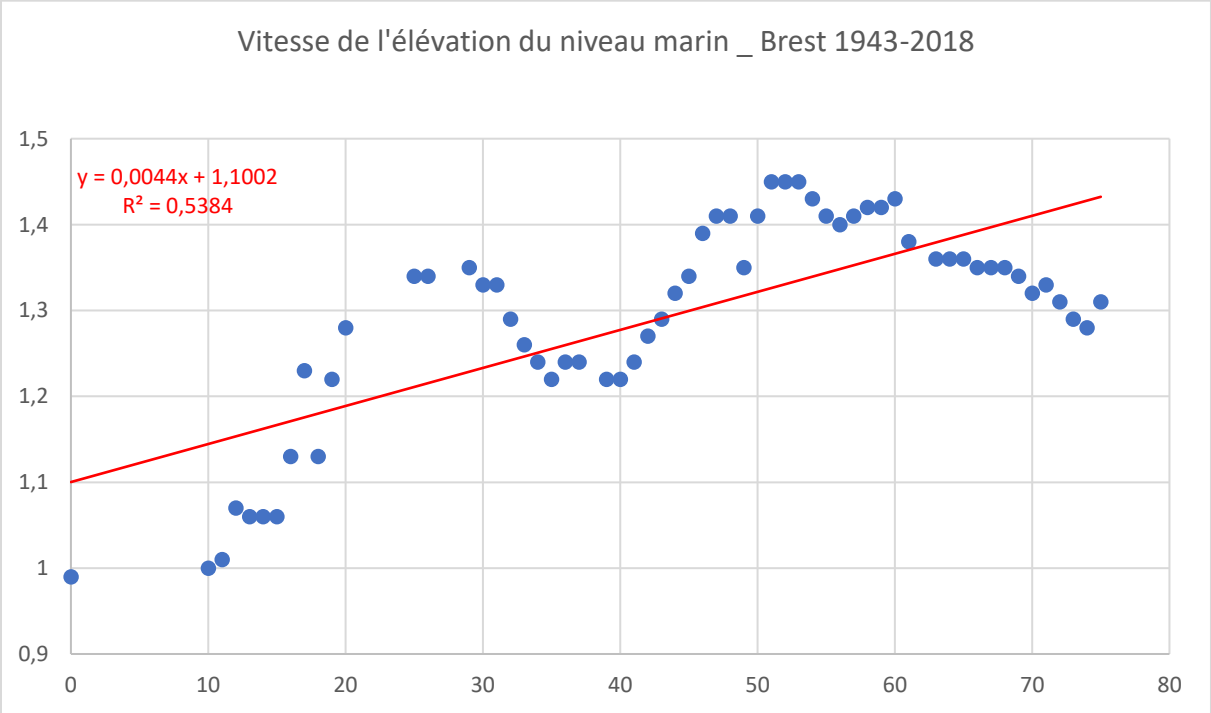
$$\dot{z} = 4{,}4\ \mu m * an^{-2}$$

L'accélération est donc d'environ 4,4 $\mu m * an^{-2}$ pour la période 1943-2018 au lieu de ≈ 11 $\mu m * an^{-2}$ pour celle de 1846-2018. Ce résultat semble en opposition avec les projections du Giec.



La vitesse moyenne de l'élévation du niveau marin est de $1{,}22mm * an^{-1}$ sur la période 1943-2018. L'écart-type de $0{,}12mm * an^{-1}$ sur cette même période.

Fig.A2.2



Ajustement du nuage de points par une droite des moindres carrés.

Fig.A2.3

Groupes d'années	Vitesse mm/an	Nombre de points	R^2
1846 / 1943 (98 années)	0,99	89	0,34
1847/1953 (107 années)	1	89	0,35
1848/1954 (107 années)	1,01	89	0,36
1849/1955 (107 années)	1,07	89	0,39
1850/1956 (107 années)	1,06	89	0,39
1851/1957 (107 années)	1,06	89	0,39
1852/1958 (107 années)	1,06	89	0,39
1853/1959 (107 années)	1,13	89	0,43
1854/1960 (107 années)	1,23	89	0,47
1855/1961 (107 années)	1,13	89	0,4
1856/1962 (107 années)	1,22	89	0,47
1861/1967 (107 années)	1,28	93	0,53
1862/1968 (107 années)	1,34	93	0,55
1865/1971 (107 années)	1,34	95	0,56
1866/1972 (107 années)	1,35	95	0,57
1867/1973 (107 années)	1,33	95	0,56
1868/1974 (107 années)	1,33	95	0,56
1869/1975 (107 années)	1,29	95	0,54
1870/1976 (107 années)	1,26	95	0,53
1871/1977 (107 années)	1,24	95	0,53
1872/1978 (107 années)	1,22	95	0,52
1873/1979 (107 années)	1,24	95	0,53
1874/1981 (108 années)	1,24	95	0,53
1875/1982 (108 années)	1,22	95	0,53
1876/1983 (108 années)	1,22	95	0,53
1876/1983 (108 années)	1,22	95	0,53
1877/1984 (108 années)	1,24	95	0,54
1878/1985 (108 années)	1,27	95	0,56
1879/1986 (108 années)	1,29	95	0,59
1880/1987 (108 années)	1,32	95	0,59
1881/1988 (108 années)	1,34	95	0,6
1882/1989 (108 années)	1,39	95	0,62
1883/1990 (108 années)	1,41	95	0,63
1884/1991 (108 années)	1,41	95	0,63
1885/1992 (108 années)	1,35	95	0,6
1886/1993 (108 années)	1,41	95	0,63
1887/1994 (108 années)	1,45	95	0,65
1888/1995 (108 années)	1,45	95	0,65
1889/1996 (108 années)	1,45	95	0,65
1890/1997 (108 années)	1,43	95	0,65
1891/1998 (108 années)	1,41	95	0,65
1892/1999 (108 années)	1,4	95	0,64
1893/2000 (108 années)	1,41	95	0,64
1894/2001 (108 années)	1,42	95	0,65
1895/2002 (108 années)	1,42	95	0,65
1896/2003 (108 années)	1,43	95	0,65
1898/2005 (108 années)	1,38	96	0,64
1899/2006 (108 années)	1,36	96	0,64
1900/ 2007 (108 années)	1,36	96	0,64
1901/2008 (108 années)	1,36	96	0,64

Groupes d'années	Vitesse mm/an	Nombre de points	R^2
1902/2009 (108 années)	1,35	96	0,64
1903/2010 (108 années)	1,35	96	0,64
1904/2011 (108 années)	1,35	96	0,64
1905/2012 (108 années)	1,34	96	0,63
1906/2013 (108 années)	1,32	96	0,63
1907/2014 (108 années)	1,33	96	0,63
1908/2015 (108 années)	1,31	96	0,62
1909/2016 (108 années)	1,29	96	0,62
1910/2017 (108 années)	1,28	96	0,62
1911/2018 (108 années)	1,31	96	0,62

Tableau A2.1