

Position apparente du Soleil et photovoltaïque

Thierry Piou président de l'association d'astronomie "Pêcheurs d'étoiles" La Baule

Introduction.

Nous allons étudier dans ce document l'influence des paramètres astronomiques sur la production d'électricité photovoltaïque. Afin d'appréhender au mieux le sujet, nous allons revenir sur quelques notions élémentaires d'astronomie de position et en particulier sur les lois et formules du mouvement diurne.

1 Lois du mouvement diurne.

La Terre, dont la forme est sensiblement sphérique, est animée d'un mouvement de rotation autour de son axe Nord-Sud. A chaque instant, une moitié de sa surface est éclairée, l'autre est dans l'ombre. La Terre tourne sur elle-même, de l'Ouest vers l'Est. Ce mouvement fait passer sous nos latitudes chaque point alternativement dans l'hémisphère éclairé par le Soleil et dans l'hémisphère obscur : d'où la succession des journées¹ et des nuits (figure 1). La Terre fait un tour sur elle-même en un jour sidéral.

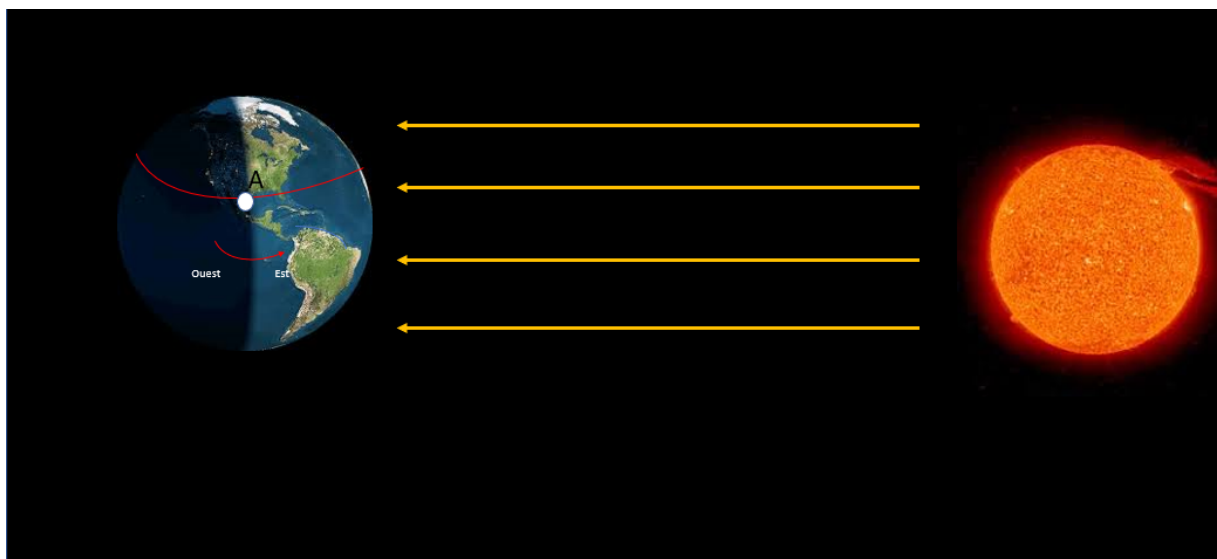


Fig.1 Le sens de rotation de la Terre. Un observateur qui est en A voit le Soleil dans la direction de l'Est. C'est le matin, la nuit vient de s'achever. La Terre tourne d'Ouest en Est, notre personnage passe de la nuit à la journée et observe le Lever du Soleil.

Pour l'observateur entraîné à son insu, tout se passe comme si le Soleil tournait autour de la Terre dans le sens opposé c'est-à-dire de l'Est vers l'Ouest. En effet, le Soleil se lève à l'horizon Est, puis il monte peu à peu dans le ciel, il atteint sa plus grande hauteur au Sud, enfin il s'abaisse vers l'horizon Ouest où il se couche. C'est le mouvement diurne.

Précisons notre propos.

Nous allons définir un système de coordonnées locales, rapportées au pôle céleste, et que nous appellerons système de coordonnées horaires. Il va nous permettre de déterminer la position apparente du Soleil sur la sphère céleste mais il nous faut tout d'abord définir les éléments de la sphère céleste locale.

¹ Nous appellerons dans ce document journée l'intervalle de temps séparant le Lever du Soleil de son Coucher.

1.1 La sphère céleste locale.

Considérons la figure 2 :

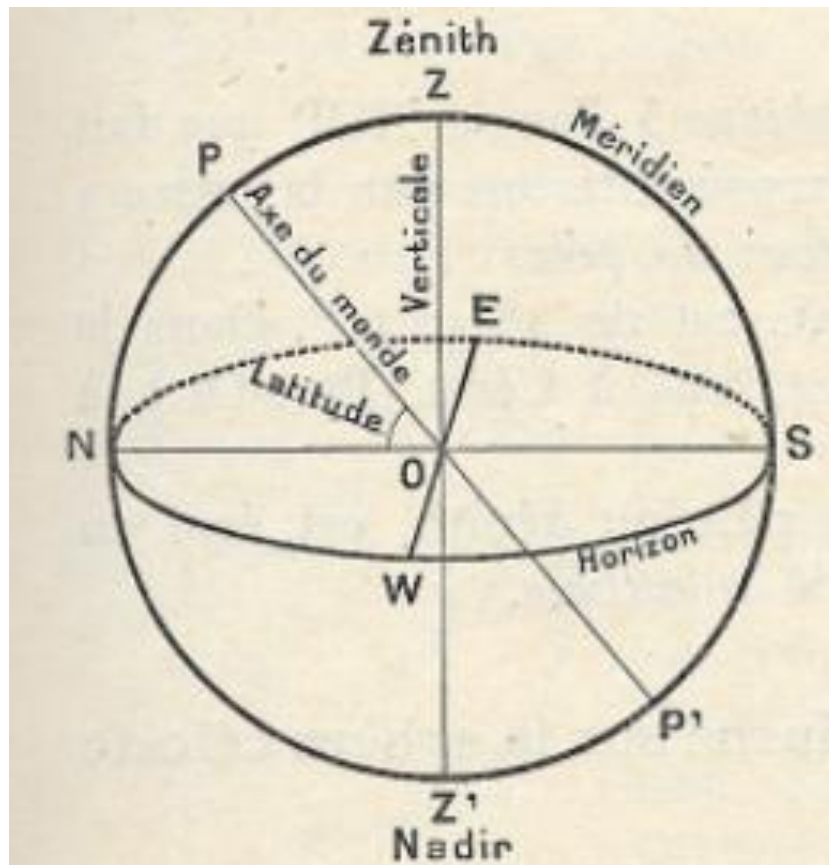


Fig.2 La sphère céleste locale.

Représentons sur la sphère céleste les points directeurs de directions particulières. A la verticale ascendante, correspond le point z que nous appellerons le zénith. La verticale descendante est représentée par le point z' appelé nadir.

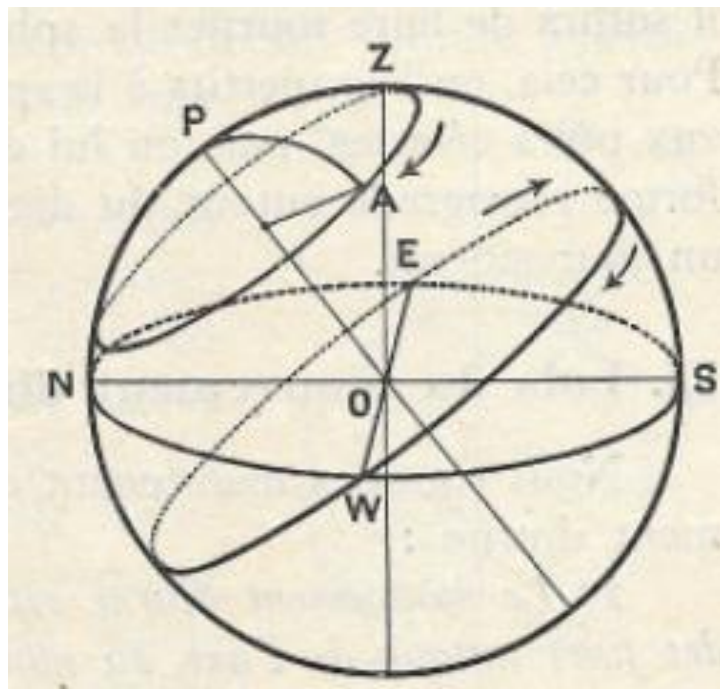
Le grand cercle SWNE qui figure le plan horizontal est l'horizon. Il a pour pôle les points z et z'. Tout objet visible, une étoile par exemple, sera représenté par un point de l'hémisphère supérieur, aucune observation astronomique ne pouvant être faite dans l'hémisphère inférieur. La direction du pôle céleste Nord que nous pouvons déterminer par l'observation est représentée par le point P fixe sur la sphère. Le diamètre correspondant PP' est la ligne des pôles ou axe du monde.

Le plan qui contient la verticale et l'axe du monde et qui correspond au grand cercle PZP'Z' est le méridien astronomique ou géographique du lieu. Il coupe l'horizon suivant la ligne méridienne NS. Le point N, situé du même côté du zénith que le pôle céleste visible en France représente la direction du Nord ; la direction opposée est celle du Sud, figurée par le point S. La perpendiculaire menée à NS dans le plan horizontal détermine les deux autres points cardinaux, E et W, correspondant respectivement à l'Est et l'Ouest. L'observateur qui regarde au Sud à l'Est à sa gauche et l'Ouest à sa droite.

La sphère céleste sur laquelle sont tracés ces divers points ou cercles est appelée sphère céleste locale. Ce dernier qualificatif se rapporte aux éléments tracés sur cette sphère : zénith, horizon, méridien. En effet, s'il est légitime de considérer comme parallèles entre elles les verticales de divers points d'une même salle, il n'en est pas de même pour les verticales de deux stations quelque peu éloignées l'une de l'autre, la pesanteur étant, pour chacune d'elles, dirigée approximativement vers le centre de la Terre. Ces stations ont donc des zéniths, des horizons, et des méridiens distincts.

L'angle POZ, distance angulaire du pôle au zénith, est égal au complément de la latitude, encore appelé colatitude.

Ainsi, la direction d'une étoile est représentée à chaque instant par un point sur la sphère céleste. Le mouvement diurne fait décrire à ce point une certaine trajectoire qu'il est aisé de définir (figure 3)



La distance angulaire PA de l'étoile A au pôle céleste P reste invariable.

Chaque étoile décrit son parallèle d'un mouvement uniforme. Vu de l'extérieur depuis le pôle céleste P, ce mouvement est par définition rétrograde, c'est-à-dire dans le sens du mouvement des aiguilles d'une montre. L'observation montre que le mouvement s'accomplit en un *jour sidéral* de 23h56mn.

1.3 Amélioration du modèle. La sphère des fixes.

Nous allons améliorer le modèle ci-dessus en supposant les étoiles figurées non sur la sphère locale elle-même mais sur une seconde sphère concentrique, appliquée sur la première ou, conformément à la terminologie consacrée, sur un second feuillet de la sphère céleste. L'un des feuillets recevra les éléments de la sphère céleste locale : zénith, horizon, méridien. L'autre servira à la représentation des étoiles. Les deux feuillets sont mobiles l'un par rapport à l'autre, comme deux sphères de rayons très voisins étroitement emboîtées l'une dans l'autre.

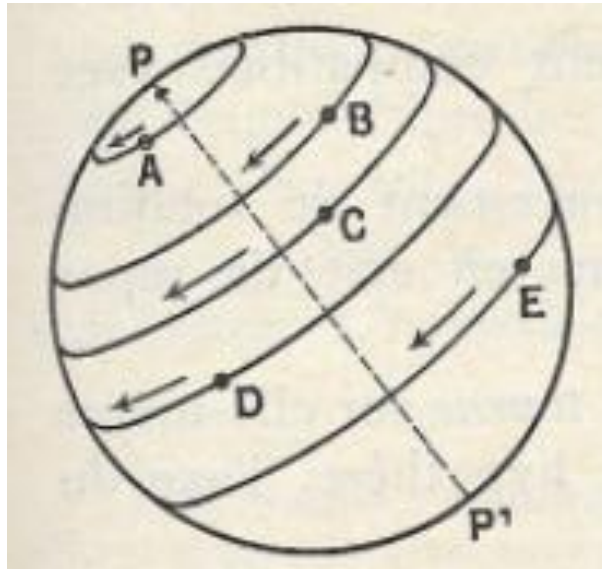


Fig.4 La sphère des fixes

Les constellations restant invariables, nous pouvons tracer une fois pour toute tous les points directeurs A,B,C etc.... des étoiles sur le feuillet correspondant que nous appellerons en conséquence la sphère des fixes, c'est-à-dire des étoiles fixes. (fig.4). Cela fait nous n'aurons qu'à imprimer à la sphère des fixes un mouvement d'ensemble par rapport à la sphère locale pour représenter le mouvement diurne du ciel entier. Quel sera la nature de ce mouvement ? Chacun des points A,B,C etc... devant décrire un parallèle céleste, il suffit de faire tourner la sphère des fixes autour de l'axe du monde. Pour cela, on l'assujettira à la sphère locale à l'aide de deux pivots placés aux pôles célestes, puis on lui donnera un mouvement de rotation uniforme autour du diamètre ainsi défini, à raison d'un tour en un jour sidéral.(fig.5).



Fig.5 La sphère armillaire , apparue dans la Grèce antique, est un modèle de de représentation des deux sphères imbriquées l'une dans l'autre.

1.4 Lois du mouvement diurne.

Nous sommes maintenant en mesure d'énoncer les lois du mouvement diurne :

- 1) Le mouvement diurne est un mouvement de rotation de la sphère des fixes autour de l'axe du monde, chaque étoile décrivant un parallèle céleste.
- 2) Le mouvement diurne est rétrograde pour un observateur à l'extérieur de la sphère céleste et regardant le pôle boréal.
- 3) Il est uniforme et s'accomplit en un jour sidéral de 23h 56 mn environ.

Pour pouvoir repérer une étoile sur la sphère des fixes, il faut adopter un système de coordonnées. Nous étudierons dans les lignes qui suivent deux systèmes de coordonnées locales et le système de coordonnées équatoriales.

2 Systèmes de coordonnées.

2.1 Azimut, hauteur, distance zénithale.

Quelques observations et quelques notions géométriques simples nous ont suffi pour dégager les lois du mouvement diurne. Pour aller plus loin, et pour développer toutes les conséquences pratiques de ces lois, nous devons rapporter la direction des étoiles à un système de coordonnées mesurables.

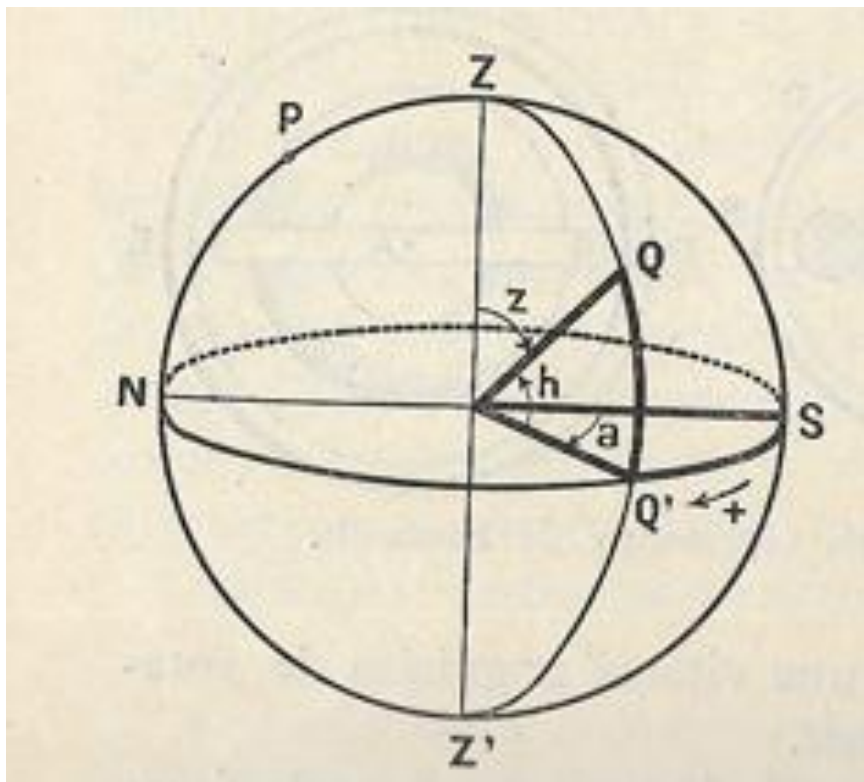


Fig.6 Les coordonnées horizontales.

Soit Q (figure 6) le point directeur d'un astre (nous dirons par la suite, par ellipse, une étoile) ; traçons le demi-grand cercle ZQQ'Z', représentant le demi-plan défini par la verticale et par l'étoile. On l'appelle le plan vertical du point Q, ou, simplement son vertical.

L'azimut du point Q, que l'on représente par la lettre a est l'angle de son vertical et du demi-méridien ZSZ' du côté Sud.

Cet angle, mesuré par l'arc SQ' de l'horizon, où Q' est la projection de Q sur le plan horizontal, est compté positivement dans le sens rétrograde. On l'exprime en degrés de 0° à 360°. Les azimuts des points cardinaux sont les suivants :

- Sud 0°
- Ouest 90°
- Nord 180°
- Est 270°

La hauteur du point Q est sa distance angulaire à l'horizon, mesurée par l'arc QQ'. On la représente par la lettre *h* ; elle s'exprime en degrés, positivement vers le zénith, négativement vers le Nadir. La hauteur du zénith est donc de 90°, celles du nadir de -90°. Les étoiles que peut voir un observateur au sol ou au niveau de la mer ont toutes des hauteurs positives.

Les deux angles *a* et *h* définissent complètement la position du point Q sur la sphère céleste locale. Ce sont les coordonnées horizontales de ce point et de la direction qu'il représente.

On remplace souvent la hauteur, dont l'énoncé comporte un signe, par la distance zénithale qui n'en comporte pas. C'est l'angle mesuré par l'arc ZQ, on le représente par la lettre *z*, de 0° au zénith à 180° au nadir. La distance zénithale est le complément algébrique de la hauteur, puisque l'on a, quel que soit le signe de *h*,

$$z + h = 90^\circ$$

Le mouvement diurne faisant varier simultanément les deux coordonnées horizontales d'une étoile, on pourrait penser que ce système n'est pas avantageux pour l'étude de ce mouvement. Mais la hauteur et l'azimut offrent l'intérêt considérable d'être des coordonnées directement accessibles à la mesure à l'aide d'instrument simple comme le théodolite ou encore, le sextant autrefois utilisé pour faire le point en mer.

2.2 Angle horaire , déclinaison.

Le système de coordonnées horizontales que nous venons d'étudier est un système local, rapporté au zénith. Nous allons définir un autre système de coordonnées locales, rapportées au pôle céleste, et que nous appellerons le système des coordonnées horaires.

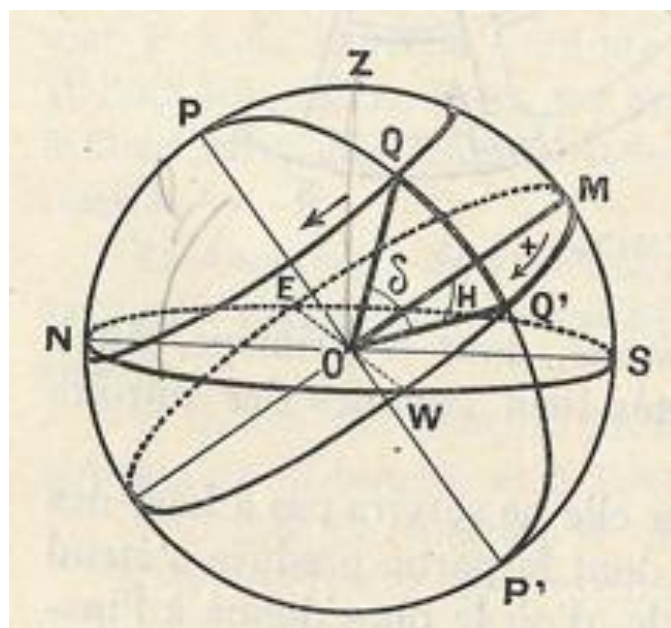


Fig.7 Les coordonnées horaires.

Traçons le demi-grand cercle PQQ'P' qui passe par les pôles célestes et par le point Q (figure 7). C'est le cercle horaire de ce point. L'angle horaire du point Q est, par définition, l'angle de son cercle horaire et du demi-méridien PZMP' dirigé vers le Sud. Il est mesuré par l'arc équatorial MQ', compté positivement dans le sens rétrograde, c'est-à-dire dans le sens du mouvement diurne. Grâce à cette convention, l'angle horaire d'une étoile croît sans cesse. Il augmente d'une circonférence en un jour sidéral. On le représente par la lettre H.

On a fait le choix, pour les angles horaires, d'une unité d'angle particulière valant 15°, et qu'on appelle l'heure. La circonférence vaut 24 heures car :

$$24 * 15^\circ = 360^\circ$$

Q' est la projection du point Q sur l'équateur céleste. La distance angulaire du point Q à l'équateur céleste, mesurée par l'arc Q'Q, est sa déclinaison. On la représente par la lettre δ . Elle se compte positivement vers le pôle céleste Nord, et négativement vers le pôle céleste Sud, et elle s'exprime en degrés, de -90° pour le pôle Sud à + 90° pour le pôle Nord.

L'angle horaire H et la déclinaison δ déterminent complètement la position du point Q . Ce sont ses coordonnées horaires.

On s'assurera sans peine que les coordonnées horaires du zénith sont :

$$H = 0 \quad \delta = \varphi$$

φ étant la latitude du lieu.

La déclinaison est invariable le long d'un parallèle céleste, d'où une conséquence importante :

La déclinaison d'une étoile reste constante alors que son angle horaire croît uniformément avec le temps.

Grâce à cette propriété, les coordonnées horaires sont mieux adaptées que tout autre système à la représentation du mouvement diurne, dont elles fournissent l'expression la plus simple. En revanche, elles ne se prêtent pas à des mesures directes et précises, sauf dans le cas du passage au méridien car ce cercle horaire est aussi un plan vertical.

2.3 Coordonnées célestes équatoriales. Ascension droite.

La position d'une étoile est définie sur la sphère locale par son azimut et sa hauteur, variables toutes les deux, ou bien par son angle horaire et sa déclinaison, le premier, lui aussi variable. C'est seulement sur la sphère des fixes, où les étoiles sont représentées comme elles le sont sur un globe céleste, qu'on peut leur attribuer des coordonnées invariables. On utilise, pour cela, le système des coordonnées équatoriales

En adoptant pour éléments fondamentaux du nouveau système le pôle et l'équateur céleste, nous retrouvons, pour l'une des coordonnées, la déclinaison, mesurée, comme on l'a dit, par l'arc Q'Q (figure 8).

Choisissons un cercle horaire origine, fixe sur la sphère des fixes, P₀P'. La seconde coordonnée, que nous appellerons l'ascension droite est l'angle du cercle horaire du point considéré et du cercle horaire origine. Nous la représenterons par la lettre α . Elle s'exprime en heures, comme l'angle horaire, mais elle se compte positivement dans le sens direct.

Cette convention a été adoptée pour que les étoiles passent au méridien dans l'ordre de leurs ascensions droites croissantes.

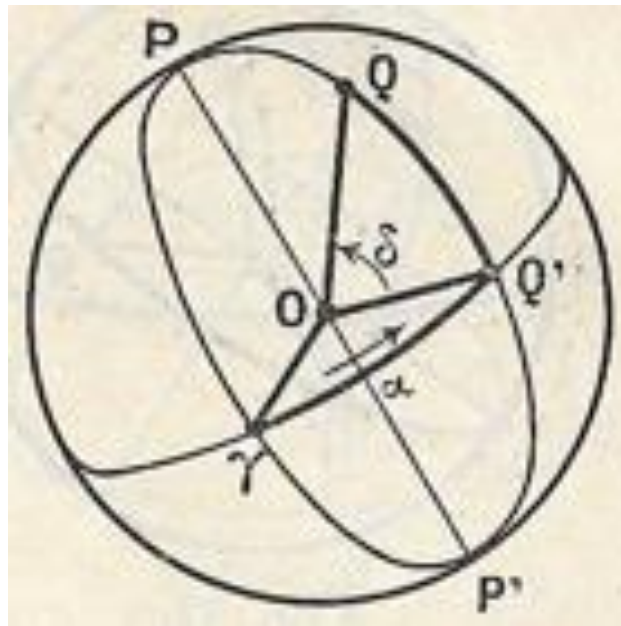


Fig.8 Coordonnées équatoriales.

L'ascension droite est mesurée dans l'équateur céleste par l'arc $\gamma Q'$. Mais comment le point γ a-t-il été choisi ? il fallait une convention, nécessairement arbitraire. Le choix s'est arrêté sur un point remarquable de l'équateur céleste, celui où, le Soleil le traverse à l'équinoxe de printemps.

Notons que dans la démarche, la notion d'ascension droite est tout à fait comparable à celle de la longitude terrestre.

Un catalogue d'étoiles est une liste donnant, avec la désignation des étoiles, leurs coordonnées équatoriales α et γ . Un tel catalogue peut servir à l'établissement de cartes ou de globes célestes reproduisant la configuration des constellations. La Connaissance des Temps publie chaque année un catalogue d'étoiles fondamentales à l'usage des astronomes et des navigateurs.

2.4 Temps sidéral.

Grâce aux catalogues de coordonnées célestes, nous savons placer les points directeurs des étoiles sur la sphère des fixes, comme sur un globe céleste. Cette sphère étant liée à la sphère céleste locale de telle façon qu'elle peut seulement tourner autour de l'axe du monde, la position des étoiles sur la sphère locale, c'est-à-dire l'aspect du ciel pour l'observateur, est déterminé, à chaque instant par un seul paramètre, l'angle horaire d'un point déterminé de la sphère des fixes.

Il est naturel de choisir ici le point γ , origine des ascensions droites. En raison de son importance, et du rôle spécial qu'on lui fait jouer, l'angle horaire du point γ a reçu un nom particulier. On l'appelle le temps sidéral. En fait, il s'agit d'un angle possédant une définition concrète et non d'un temps au sens usuel du mot, mais cet angle varie avec le temps. On l'exprime en heures et fractions d'heure, comme tout autre angle horaire ; on le représente par la lettre T .

Le temps sidéral augmente de 2π (360°) ou de 24 h en un jour sidéral. C'est là la définition rigoureuse du jour sidéral.

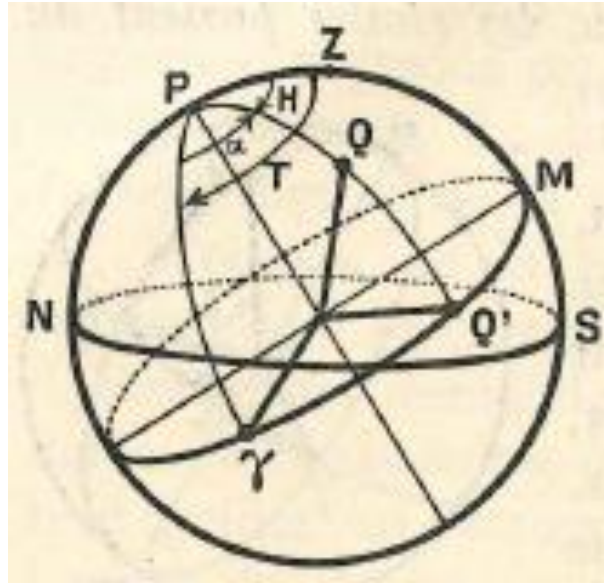


Fig.9 L'angle horaire du point γ à reçu un nom particulier on le nomme temps sidéral.

Montrons que le temps sidéral détermine la valeur de l'angle horaire d'une étoile quelconque Q. Sur la figure 9, le temps sidéral est mesuré par l'angle $M\gamma$; l'angle horaire de l'étoile Q par l'angle MQ' . Ces angles croissent tous les deux simultanément, en raison du mouvement diurne qui anime la sphère des fixes, et qui entraîne le point γ en même temps que l'étoile. Mais l'arc $\gamma Q'$ reste constant, et il est égal, par définition, à l'ascension droite α de l'étoile. On a donc à tout moment :

$$\widehat{MQ'} + \widehat{Q'\gamma} = \widehat{M\gamma} \Leftrightarrow H + \alpha = T \Leftrightarrow H = T - \alpha \quad (1)$$

L'angle horaire d'un astre est égal, à un instant donné, à la différence entre le temps sidéral à cet instant et l'ascension droite de l'astre.

Cette règle s'applique aussi bien à un astre mobile, Soleil, Lune, planète qu'à une étoile fixe. Maintenant que nous avons étudié le mouvement diurne, simple, d'une étoile et posé les différents systèmes de coordonnées, nous allons étudier le mouvement diurne, plus complexe, du Soleil.

3 Mouvement apparent du Soleil

3.1 Le Soleil est mobile sur la sphère des fixes.

Le mouvement diurne du Soleil, qui détermine la succession des jours et des nuits, est le plus banal, mais aussi le plus important des phénomènes astronomiques. Ses phases principales sont :

- le Lever du Soleil
- son passage au méridien, ou midi solaire vrai
- son Coucher.

Mais on sait, par expérience, que ces phénomènes ne se reproduisent pas dans des conditions immuables au cours de l'année. Si le mouvement diurne du Soleil n'offre pas la régularité et la simplicité de celui des étoiles, c'est que cet astre est lui-même *mobile sur la sphère des fixes*. On sait que, sous nos latitudes, la hauteur du Soleil est beaucoup plus grande en été qu'en hiver. Sa déclinaison est donc variable et non pas fixe comme pour les étoiles.

Il ne faut qu'un peu d'attention pour reconnaître, sans le secours d'aucun instrument, qu'il se meut également en ascension droite. Il suffit de remarquer qu'aux différentes époques de l'année, on voit successivement, à une heure déterminée, dans une direction donnée des constellations différentes.

Observons par exemple, l'horizon Nord à minuit (figure 10)

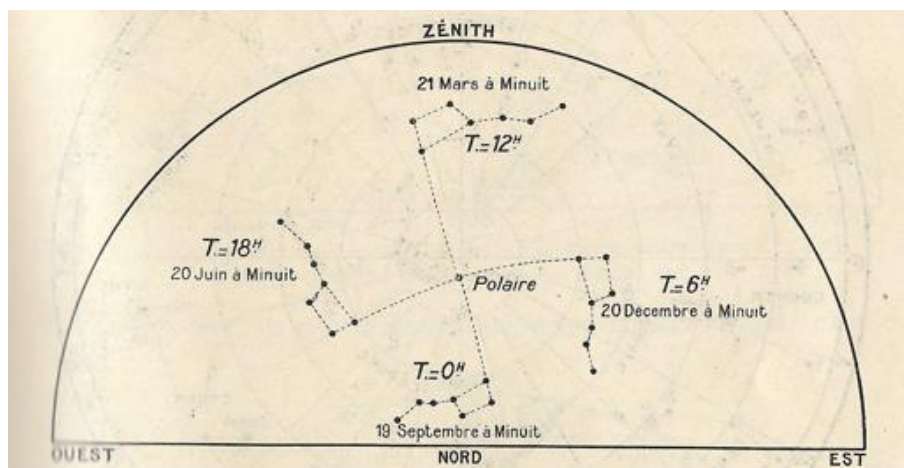


Fig.10 Position de la Grande Ourse dans le ciel, à diverses époques de l'année, à minuit, lorsque le temps sidéral est $T=0h$; $6h$, etc...

Le Soleil est alors près de son passage inférieur au méridien, au -dessous de l'horizon.

Les étoiles circumpolaires qui se trouvent aussi à leur passage inférieur ont la même ascension droite que le Soleil, on dit qu'elles sont en *conjonction*, c'est le cas de la Grande Ourse à la fin du mois de septembre. A contrario, elle se situe près du Zénith à la fin du mois de mars, à l'Ouest fin juin et à l'Est fin décembre.

Ces simples observations sans instrument permettent de conclure que :

Le Soleil est mobile à la fois en ascension droite et en déclinaison.

3.2 Loi du mouvement apparent du Soleil. Ecliptique.

Les Anciens avaient reconnu les lois suivantes qui régissent le mouvement apparent annuel du Soleil.

- 1) Le centre du Soleil décrit, en un an, un grand cercle sur la sphère des fixes
- 2) Son mouvement est direct, c'est à dire dans le sens opposé à celui du mouvement diurne
- 3) Il n'est pas uniforme.

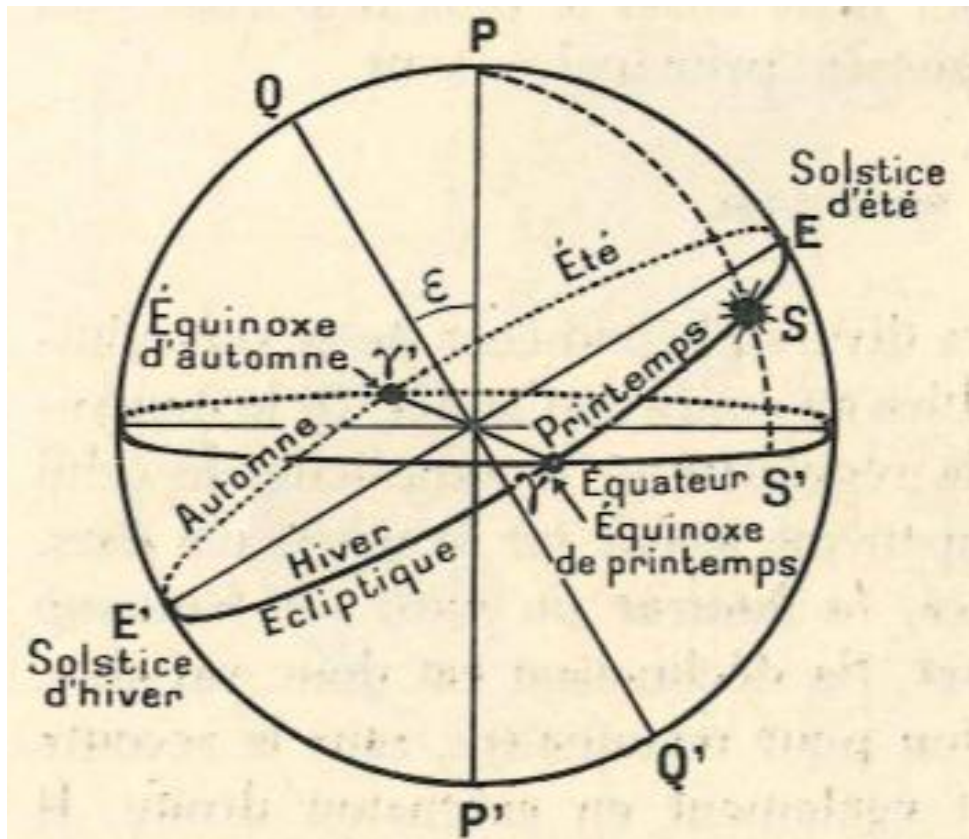


Fig.11 Mouvement apparent du Soleil sur l'écliptique.

Le grand cercle décrit par le centre du Soleil est appelé *écliptique*, parce que les éclipses de Soleil et de Lune ne peuvent se produire que lorsque le centre de la Lune est-lui-même voisin de ce plan. La figure 11 représente l'écliptique tracé sur la sphère des fixes (et non pas sur la sphère locale, le mouvement du Soleil décrit ici est indépendant du mouvement diurne, il importe de bien comprendre cela).

Les points d'intersection γ et γ' de l'écliptique et de l'équateur sont appelés *les nœuds de l'écliptique*. On distingue le *nœud ascendant* γ (fig.11) où le Soleil passe le jour de l'équinoxe de printemps, lorsqu'il quitte l'hémisphère austral pour entrer dans l'hémisphère boréal ; et le *nœud descendant* γ' où le Soleil passe le jour de l'équinoxe d'automne, en rentrant dans l'hémisphère austral.

C'est le nœud ascendant de l'écliptique, au point γ qui, rappelons-le, a été choisi comme origine des ascensions droites.

Pour achever de définir la position de l'écliptique sur la sphère des fixes , il faut encore connaître son *obliquité* sur l'équateur. C'est l'angle ε que font les normales PP' et QQ' à ces deux plans. L'obliquité de l'écliptique est, actuellement, de $23,4^\circ$. Pour ce qui nous occupe nous pouvons la considérer comme étant constante.

La longitude céleste du Soleil est mesurée par l'arc γS , compris entre γ et le Soleil et compté positivement dans le sens direct. Elle est donc toujours croissante. On l'exprime en degrés. Nous la représenterons par le symbole l_o , l'ascension droite et la déclinaison de l'astre respectivement par les notations α_o qui représente l'arc $\gamma S'$ où S' est la projection du point S sur le plan équatorial céleste, et δ_o qui représente l'arc SS'

On donne le nom de zodiaque à la zone limitée par deux cercles parallèles à l'écliptique, tracés à $8,5^\circ$ de part et d'autre de ce plan. La trajectoire apparente de la Lune et des planètes ne sortent jamais de cette zone.

3.3 Les saisons.

Les points remarquables de l'écliptique, outre ses nœuds γ et γ' appelés, nous l'avons vu équinoxes, sont les points E et E' (figure 11) situés sur le diamètre perpendiculaire à la ligne des nœuds ; ce sont les solstices. On appelle saisons le temps qu'emploie le Soleil à parcourir chacun des quatre quadrants déterminés par les équinoxes et les solstices. Voici leurs noms :

- le Printemps correspondant à l'arc γE
- l'Été correspondant à l'arc $E \gamma'$
- l'Automne correspondant à l'arc $\gamma' E'$
- l'Hiver correspondant à l'arc $E' \gamma$

- 1) Le printemps commence le 20 ou le 21 mars, au passage du Soleil au point γ , sa longitude, son ascension droite, et sa déclinaison étant nulles simultanément. C'est l'équinoxe de printemps. Cette saison s'achève le 21 juin (exceptionnellement le 20) au passage du Soleil en E.

Au printemps, la déclinaison du Soleil est boréale (positive) et croissante.

- 2) L'été commence le 21 juin (exceptionnellement le 20), lorsque le Soleil atteint en E, le solstice d'été. Sa longitude est alors de 90° , son ascension droite de 6h, et sa déclinaison est maximum et vaut $23,4^\circ$. L'été se termine au passage du Soleil au point γ' , le 22 ou 23 septembre.

En été, la déclinaison du Soleil reste boréale (positive) mais elle est décroissante.

- 3) L'automne commence le 22 ou 23 septembre, le Soleil étant alors en γ' , sa longitude est des 180° , son ascension droite est de 12h, et sa déclinaison est nulle. C'est l'équinoxe d'automne . L'automne se termine lorsque le Soleil atteint le point E' le 21 ou 22 décembre.

En automne, la déclinaison du Soleil est australe (négative) et décroissante

- 4) L'hiver commence le 21 ou 22 décembre, quand le Soleil atteint le solstice d'hiver E', longitude étant alors de 270° et son ascension droite de 18h. Sa déclinaison est minimum et égale à $-23,4^\circ$. L'hiver s'achève le 20 ou 21 mars, à l'équinoxe de printemps. Pendant l'hiver, la déclinaison du Soleil est australe (négative) et croissante.

Le tableau ci-dessous résume la discussion précédente.

	Équinoxe de printemps	Solstice d'été	Équinoxe d'automne	Solstice d'hiver	Équinoxe de printemps
l_o	0°	90°	180°	270°	0°
α_o	0h	6h	12h	18h	24h
δ_o	0°	$+23,4^\circ$	0°	$-23,4^\circ$	0°

Les saisons ont chacune une durée voisine de trois mois, mais elles sont inégales, parce que le mouvement du Soleil dans l'écliptique n'est pas uniforme.

4.3 Mouvements diurne du Soleil.

Quels changements devons-nous apporter à la description générale du mouvement diurne pour l'appliquer au Soleil ?

Précisons en premier lieu que nous considérons le Soleil comme un point géométrique au même titre que les étoiles.

La déclinaison du Soleil étant variable, il ne se maintient pas sur un parallèle déterminé. Entre deux midis vrais consécutifs, c'est-à-dire entre deux passages du Soleil au méridien sa déclinaison est passé de δ_1 à δ_2 , il a décrit sur la sphère céleste locale une courbe comprise entre les deux parallèles correspondants. Du solstice d'hiver au solstice d'été, l'ensemble des courbes diurnes forme une spirale ascendante, comprise entre les deux parallèles ayant pour déclinaison $-\varepsilon$ et $+\varepsilon$, auxquels elle est tangente.

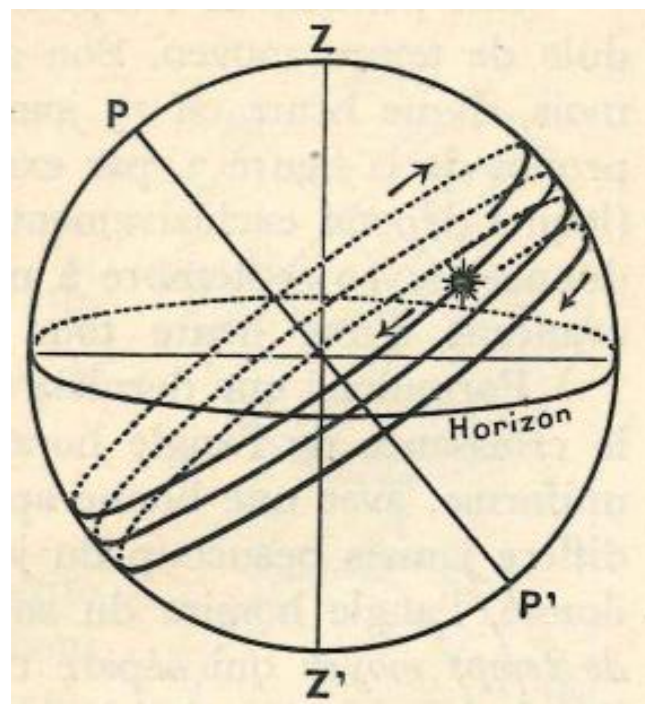


Fig.12 Mouvement apparent du Soleil sur la sphère céleste locale.

La figure 12, qui en donne une idée, en représente seulement quelques spires, dont on a dû pour la clarté du croquis, exagérer notablement l'écartement. Du solstice d'été au solstice d'hiver, le Soleil décrit une spirale descendante entre les mêmes parallèles.

Le jour solaire vrai est, par définition, l'intervalle de deux midis vrais consécutifs, cet intervalle est variable au cours de l'année entre les valeurs extrêmes suivantes : 23h 59mn 39s et 24h 0mn 30s, cependant sa valeur moyenne peut être définie avec précision, c'est le jour solaire moyen, étalon pratique de durée de 24h 0mn 0s.

Formulons une dernière remarque. Dans l'intervalle d'une journée, la croissance de l'angle horaire du Soleil peut être considérée comme uniforme, avec une bonne approximation.

D'autre part le jour vrai ne diffère jamais beaucoup du jour moyen. En conséquence à un instant donné, l'angle horaire du Soleil mesure approximativement l'intervalle de temps moyen du midi solaire précédent. Ainsi, l'angle horaire du Soleil à son Coucher, mesure approximativement la demi-durée du jour, exprimée en temps moyen. Cette remarque va nous permettre de mesurer la demi-durée de la journée.

4 Formules du mouvement diurne.

4.1 Hauteur d'un astre.

En toute généralité, on appelle triangle de position le triangle de la sphère céleste formé par l'intersection du méridien céleste, du vertical et du cercle horaire de l'astre. Les sommets sont le pôle céleste P, le zénith Z et l'astre M (figure 13).

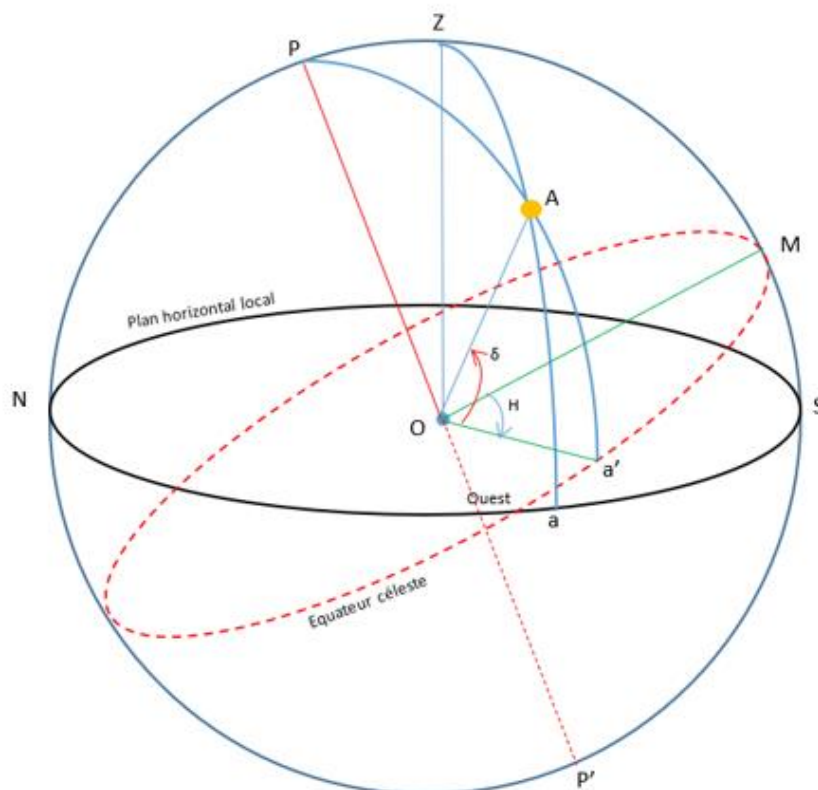


Fig.13 Le triangle sphérique PZA est dénommé triangle de position. Les points a et a' sont respectivement les projections de l'astre A sur l'horizon et sur l'écliptique.

Nous allons résoudre ce triangle en prenant comme initiaux le côté ZM et l'angle $\pi - a$
 Nous appellerons ζ l'angle qui intercepte l'arc ZA, nous remarquons que :

A partir de la formule, on obtient :

$$\cos H = \frac{\cos \zeta - \sin \varphi \cdot \sin \delta}{\cos \varphi \cdot \cos \delta}$$

or, sur la figure 13, on remarque que l'arc (Za) est intercepté par un angle valant $\frac{\pi}{2}$ en conséquence $\cos \zeta = 0$, il vient :

$$\cos H_o = -\operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta \quad (2)$$

4.3 Azimut.

On utilise la formule des sinus :

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)}{\sin(\pi - a)} = \frac{\sin z}{\sin H} \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) * \sin H = \sin(\pi - a) * \sin z$$

$$\cos \delta * \sin H = \sin a * \sin z \Rightarrow \cos \delta * \sin H = \sin a * \cos\left(\frac{\pi}{2} - z\right)$$

Finalement :

$$\sin a = \frac{\cos \delta * \sin H}{\cos h} \quad (3)$$

5 Eclairement au sol.

5.1 Puissance reçue par unité de surface horizontale.

Nous nous sommes donnés du mal pour déterminer la hauteur du Soleil en fonction de l'heure de la journée et de l'époque de l'année, mais nous allons voir que celle-ci est primordiale dans la détermination de la puissance solaire reçue au sol. Nous allons considérer le cas le plus simple à savoir une surface horizontale (en toute généralité celle-ci peut être un panneau photovoltaïque, ou thermique, ou encore un plan d'eau comme une piscine par exemple). Dans tout ce qui suit, nous prendrons pour hypothèse de travail un ciel clair, dégagé transparent. Autrement dit, nous ne nous préoccupons pas des aléas météo, imprédictibles par nature.

Afin de faciliter notre réflexion, mais sans altérer les phénomènes mis en jeu, nous considérerons de manière arbitraire que la puissance reçue du Soleil au niveau de la Terre par unité de surface perpendiculaire au rayonnement est de $E_0 = 100$

Considérons un faisceau de lumière de 1 m^2 de section (figure 8), il éclaire au sol une surface horizontale S (figure 15)

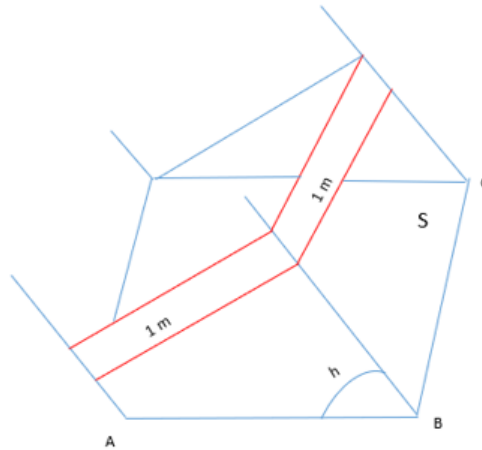


Fig.15 Eclairement d'une surface horizontale de $1m^2$

On a :

$$AB = \frac{1}{\sin h}$$

donc :

$$S = AB * 1 = \frac{1}{\sin h}$$

La puissance reçue par unité de surface s'exprime de la façon suivante :

$$E_d = \frac{E_0}{S} = E_0 * \sin h \quad (4)$$

Par exemple pour une latitude de 47° (latitude moyenne de la France métropolitaine), la hauteur du Soleil, à midi solaire vrai, le jour du solstice d'été est de $66,4^\circ$, la puissance reçue par unité de surface vaut donc :

$$100 * \sin 66,4 = 91,6$$

Le jour du solstice d'hiver, toujours à midi solaire vrai, la hauteur du Soleil est $19,6^\circ$:

$$100 * \sin 19,6 = 33,5$$

On voit à travers cet exemple que la puissance reçue par une surface est proportionnelle au sinus de la hauteur du Soleil et nous constatons dans l'exemple ci-dessus que le rapport de la puissance reçue entre les deux solstices est proche de 2,7, on voit donc l'importance de la hauteur du Soleil dans la production photovoltaïque.

Nous allons maintenant généraliser cet exemple et déterminer la hauteur du Soleil le jour du solstice d'été pour différentes heures de la journée.

5.1.1 Hauteurs du Soleil aux solstices.

On utilise la formule (1) avec la latitude moyenne de la France soit, $47^\circ N$ et avec dans un premier temps une déclinaison du Soleil de $+23,4^\circ$ qui correspond au solstice d'été, puis avec une déclinaison de $-23,4^\circ$ qui correspond à celui d'hiver.

On obtient alors le graphique de la figure 16:

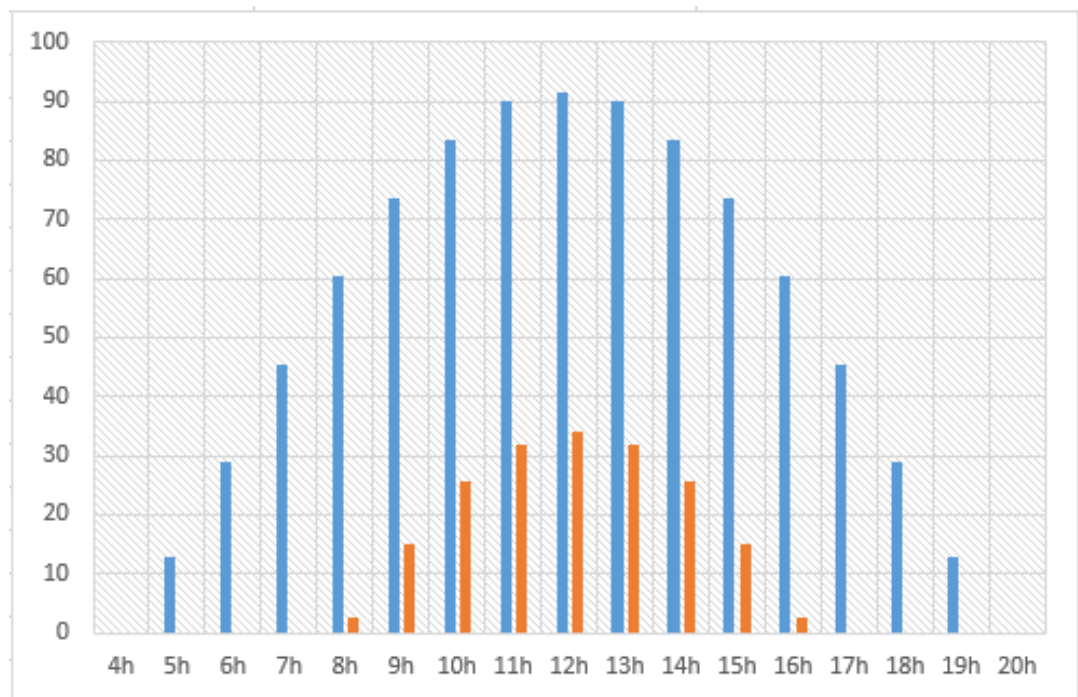


Fig.16 Elévation du Soleil en fonction de l'heure solaire vraie aux solstices (été en bleu, hiver en orange) pour une latitude de 47°N

La figure 16, nous fournit une information intéressante, outre la hauteur du Soleil, la production photovoltaïque dépend (on s'en serait douté...) aussi de la durée d'ensoleillement : proche de 16h au solstice d'été et seulement 8h au solstice d'hiver.

Fort de ce constat, il est intéressant de comparer l'énergie produite à ces deux extrêmes. Pour cela nous allons commencer par calculer l'éclairement d'une surface élémentaire correspondant à chaque horaire en utilisant la formule (4). On obtient alors les deux graphiques suivants :

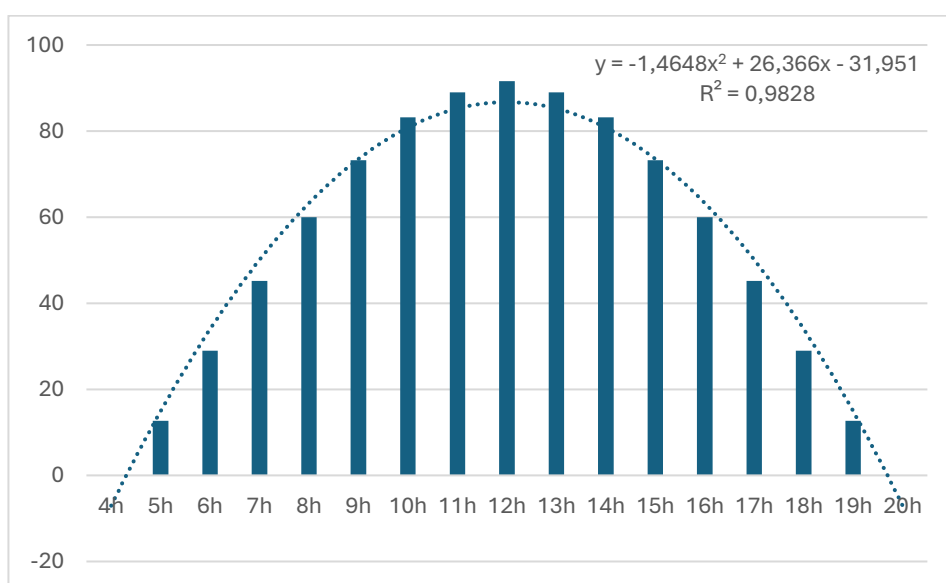


Fig.17 Eclairement d'une surface horizontale élémentaire au solstice d'été à une latitude de 47°N

La figure 17 représente la variation de l'éclairement d'une surface horizontale élémentaire entre le Lever et le Coucher du Soleil, elle est modélisée par une approximation polynômiale du second degré.

Pour déterminer l'énergie captée par le capteur photosensible, il suffit sur la figure 17 de calculer l'aire comprise entre la courbe et l'axe des abscisses. Normalement, le résultat s'exprime en Joules qui est l'unité d'énergie, c'est que ferait un technicien chargé du dimensionnement d'une installation.

Mais ce n'est pas ce qui nous intéresse ici, souvenons-nous que nous avons choisis une puissance solaire arbitraire de 100 au niveau de la Terre par unité de surface perpendiculaire au rayonnement. En conséquence, nous exprimerons l'aire recherchée en "*ua*" où "*unité d'aire*".

En l'occurrence, le résultat de l'intégrale nous donne :

$$Aire_{solstice\ d'été} = 863,7\ ua$$

C'est donc ce que nous trouvons pour une surface horizontale à 47°N le jour du solstice d'été.

Nous faisons exactement la même manipulation pour la journée du solstice d'hiver (figure 18).

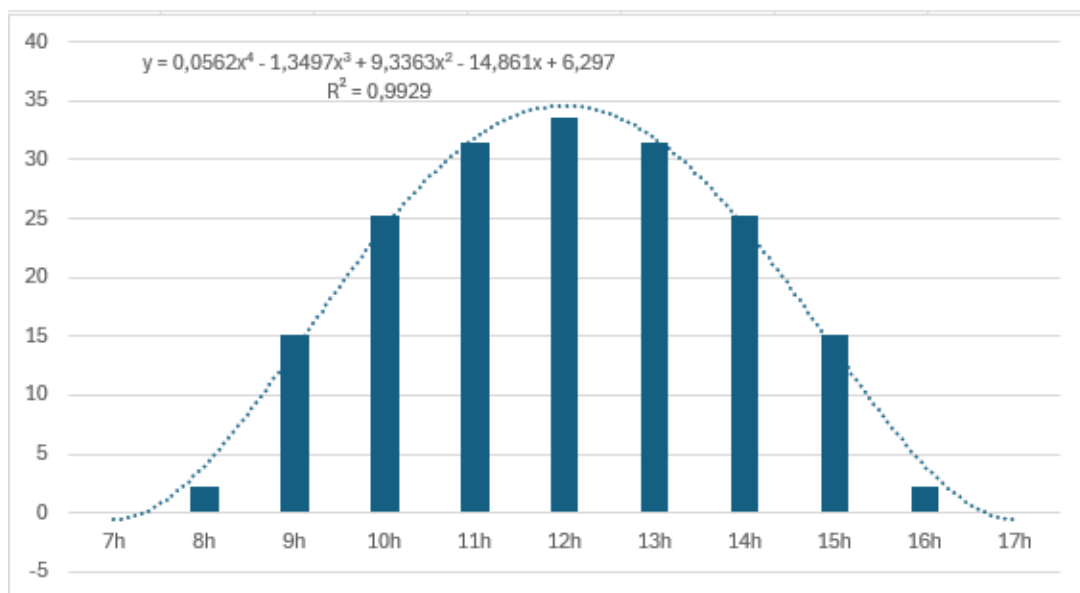


Fig.18 Eclairement d'une surface horizontale élémentaire au solstice d'hiver à une latitude de 47°N

La seule différence par rapport à la figure 17 est l'approximation polynômiale qui est du 4^{ème} degré ici. L'intégrale nous donne :

$$Aire_{solstice\ d'hiver} = 186\ ua$$

A ce stade, il est intéressant d'effectuer le rapport entre les aires :

$$\frac{Aire_{solstice\ d'été}}{Aire_{solstice\ d'hiver}} = \frac{863,7}{186} \approx 4,6$$

Ainsi, en France, avec des panneaux photovoltaïques en position horizontale, la production est environ 4,5 fois plus faible en hiver qu'en été.

Il est intéressant de calculer la production moyenne annuelle² :

$$\frac{Aire_{solstice\ d'été} + Aire_{solstice\ d'hiver}}{2} = \frac{863,7 + 186}{2} = 524,9\ ua$$

Le résultat est particulièrement médiocre, dû évidemment au faible éclairement hivernal.



Fig.19 Exemple d'installation photovoltaïque horizontale, ici une route. La production annuelle est des plus médiocres.

Sous nos latitudes, les panneaux photovoltaïques sont rarement positionnés horizontalement, ils sont inclinés par rapport au plan horizontal, et dans ce cas il convient de tenir compte de cette inclinaison mais aussi de l'azimut pour déterminer l'éclairement de la surface sensible. C'est ce à quoi nous allons nous attarder maintenant.

² Il s'agit ici d'un ordre de grandeur, on améliore la précision en augmentant le nombre de points, en considérant les équinoxes par exemple. ($\delta = 0$).

5.2 Eclairement d'une surface élémentaire. Généralisation.

5.2.1 Eclairement direct $E_d(i, \gamma)$

La puissance reçue par une surface plane élémentaire exposée au rayonnement solaire est appelée éclairement direct par opposition à l'éclairement diffus. Dans ce dernier cas le rayonnement provient du ciel ou bien du sol. Nous ne traiterons dans cette annexe que du cas de l'éclairement direct.

Cet éclairement dépend bien sûr de l'orientation de la surface que nous appellerons ici capteur. Considérons la figure 20

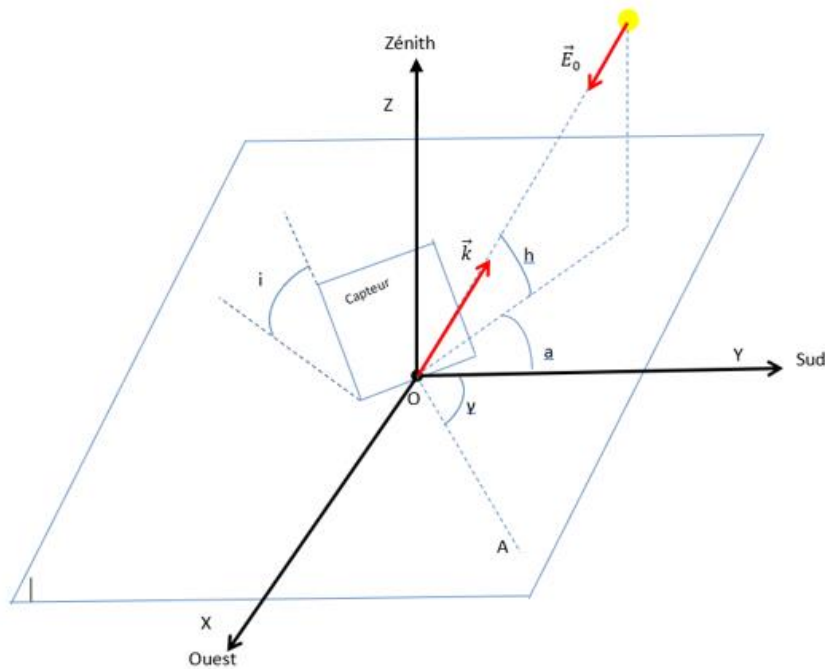


Fig.20 L'éclairement de la surface élémentaire dépend de son inclinaison i et de son azimut γ

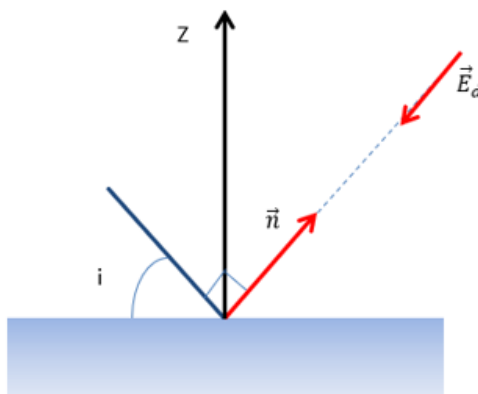


Fig.21 La figure 20 vue dans le plan vertical passant par le zénith et la normale à la surface.

Sur les figures 20 et 21 on trouve :

- i : inclinaison du capteur par rapport au plan horizontal.
- Y : angle de projection du vecteur normal $\vec{n}$ par rapport au Sud. Cette projection à la même direction que la demi-droite OA.
- h : hauteur du Soleil par rapport au plan horizontal.
- L'azimut " a " correspondant à l'angle que fait le plan du méridien local avec le plan vertical passant par le Soleil. L'azimut est compté négativement vers l'Est, positivement à l'Ouest et vaut zéro degré dans la direction du Sud.
- $\vec{k}$ est le vecteur unitaire donnant la direction du Soleil.

L'éclairement direct E_d est la composante normale au capteur de l'éclairement solaire E_0 .
L'expression de l'éclairement direct est donc :

$$E_d = E_0 \vec{n} \cdot \vec{k} \quad (5)$$

où E_0 est l'éclairement solaire.

5.2.2 Recherche des composantes du vecteur $\vec{n}$ dans le repère (O, X, Y, Z).

On projette le vecteur normal $\vec{n}$ sur le plan OXY :

$$\|\vec{n}\| \cos\left(\frac{\pi}{2} - i\right) = \sin i$$

On projette ensuite le vecteur $\vec{n} \sin i$ sur les axes OX et OY, on obtient respectivement :

$$Ox = \sin i * \cos\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right) = \sin i \sin \gamma \quad (6)$$

$$Oy = \sin i \cos \gamma \quad (7)$$

On projette le vecteur $\vec{n}$ sur l'axe OZ, on obtient immédiatement,

$$Oz = \|\vec{n}\| \cos i = \cos i \quad (8)$$

Les composantes du vecteur $\vec{n}$ dans le repère (O, X, Y, Z) sont les suivantes :

$$\vec{n} \begin{pmatrix} \sin i \sin \gamma \\ \sin i \cos \gamma \\ \cos i \end{pmatrix} \quad (9)$$

5.2.3 Recherche des composantes du vecteur $\vec{k}$ dans le repère (O, X, Y, Z).

On projette cette fois-ci le vecteur $\vec{k}$ sur le plan OXY :

$$\|\vec{k}\| \cos h = \cos h$$

On projette ensuite le vecteur $\vec{k} \cos h$ sur les axes OX et OY :

$$Ox' = \cos h \cos \left(\frac{\pi}{2} - a \right) = \sin h \sin a \quad (10)$$

$$Oy' = \cos h \cos a \quad (11)$$

On projette le vecteur $\vec{k}$ sur l'axe OZ :

$$Oz' = \|\vec{k}\| \cos \left(\frac{\pi}{2} - h \right) = \sin h \quad (12)$$

Les composantes du vecteur $\vec{k}$ dans le repère (O, X, Y, Z) sont les suivantes :

$$\vec{k} \begin{pmatrix} \cos h \sin a \\ \cos h \cos a \\ \sin h \end{pmatrix} \quad (13)$$

5.2.4 Recherche du produit scalaire $\vec{n} \vec{k}$

$$\vec{n} \vec{k} = \sin \gamma \sin i \cos h \sin a + \sin i \cos \gamma \cos h \cos a + \cos i \sin h$$

On factorise $\sin i \cos h$:

$$\vec{n} \vec{k} = \sin i \cos h (\sin \gamma \sin a + \cos \gamma \cos a) + \cos i \sin h$$

On transforme les produits en somme :

$$\sin a \sin \gamma = \frac{1}{2} [\cos(a - \gamma) - \cos(a + \gamma)]$$

$$\cos a \cos \gamma = \frac{1}{2} [\cos(a + \gamma) + \cos(a - \gamma)]$$

$$\sin a \sin \gamma + \cos \gamma \cos a = \frac{1}{2} [2 \cos(a - \gamma)] = \cos(a - \gamma)$$

Il vient :

$$\vec{n} \vec{k} = \sin i \cos h \cos(a - \gamma) + \cos i \sin h$$

Finalement, on obtient :

$$E_d = E_0 [\sin i \cos h \cos(a - \gamma) + \cos i \sin h] \quad (14)$$

5.2.5 Cas particuliers.

La formule (A2.10) est la formule générale de l'éclairement direct. Elle peut dans certains cas se simplifier.

Le capteur est orienté au Sud ($\gamma=0$).

dans ce cas :

$$E_d = E_0 [\sin i \cos h \cos a + \cos i \sin h] \quad (15)$$

Le capteur est horizontal ($i=0$)

Nous retrouvons (heureusement !!) le cas étudié plus haut.

$$E_d = E_0 \sin h \quad (16)$$

Le capteur est vertical ($i = \frac{\pi}{2}$) orienté au Sud ($\gamma=0$).

$$E_d = E_0 \cos h \cos a \quad (17)$$

Avec $-\frac{\pi}{2} < a < \frac{\pi}{2}$ c'est le cas d'une baie vitrée ou d'un mur.

Remarque :

La surface n'est éclairée que si l'inégalité suivante est vérifiée $\vec{n} \cdot \vec{k} > 0$, d'où $E_d > 0$. Quand la lumière est rasante on a $\vec{n} \cdot \vec{k} = 0$ et $E_d = 0$. Quand $\vec{n} \cdot \vec{k} < 0$, le Soleil éclaire inutilement le dos de la surface et l'on a $E_d = 0$.

Discussion.

Considérons la formule (14), nous avons :

- E_0 qui est une constante valant 100.
- i, a et γ qui sont des paramètres.
- h qui est la variable.

L'idée de ce document est de tirer quelques propriétés fondamentales de la production photovoltaïque, pour ce faire l'auteur a considéré un capteur orienté plein Sud, condition la plus favorable dans la zone tempérée Nord pour obtenir une production optimale.

Dans ces conditions $\gamma = 0$ et on obtient la formule (15).

Puis en considérant les solstices, la latitude moyenne de la France soit 47°N et en faisant varier l'inclinaison du capteur de 0 à 90°, on constate que pour le solstice d'été, la production décroît avec l'inclinaison du capteur, c'est-à-dire qu'elle est maximale pour un capteur horizontal et minimale pour un capteur vertical, alors que la situation est inversée lors du solstice d'hiver (plus précisément elle est maximale pour l'inclinaison de 70°, elle décroît ensuite).

C'est pour une inclinaison correspondant à la latitude du que l'éclairement moyen est optimum, or une recherche sur internet montre que l'inclinaison moyenne en France est comprise entre 20 et 30°, peut-être est-ce dû aux toitures des maisons individuelles du Sud-Loire qui sont faiblement inclinées de 15 à 18° degrés dans les Bouches du Rhône par exemple.

5.2.6 Exemple et illustrations.

Nous allons étudier le cas d'une surface élémentaire sensible inclinée de 30° par rapport au plan horizontal et orientée plein Sud à une latitude de 47°N comme précisé plus haut. La figure 22 représente l'énergie captée lors du solstice d'été.

L'énergie cumulée, représentée par une approximation polynomiale du 4^{ème} ordre, vaut :

$$E_d = 805 ua$$

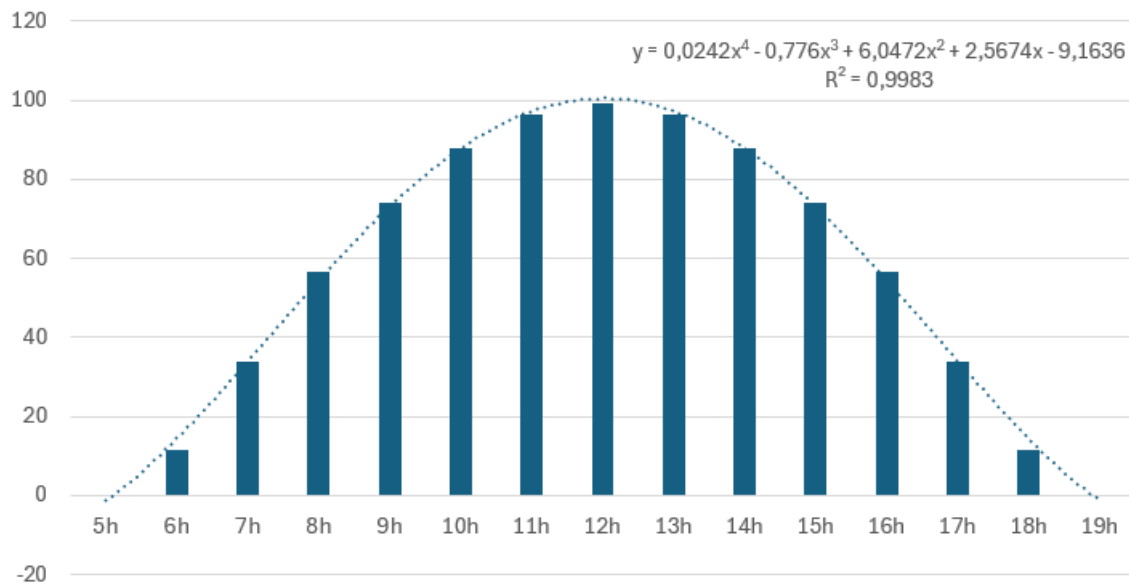


Fig.22 Energie produite par une surface élémentaire inclinée à 30° par rapport au plan horizontal lors du solstice d'été par 47°N

La figure 23 représente l'énergie produite dans les mêmes conditions au solstice d'hiver.

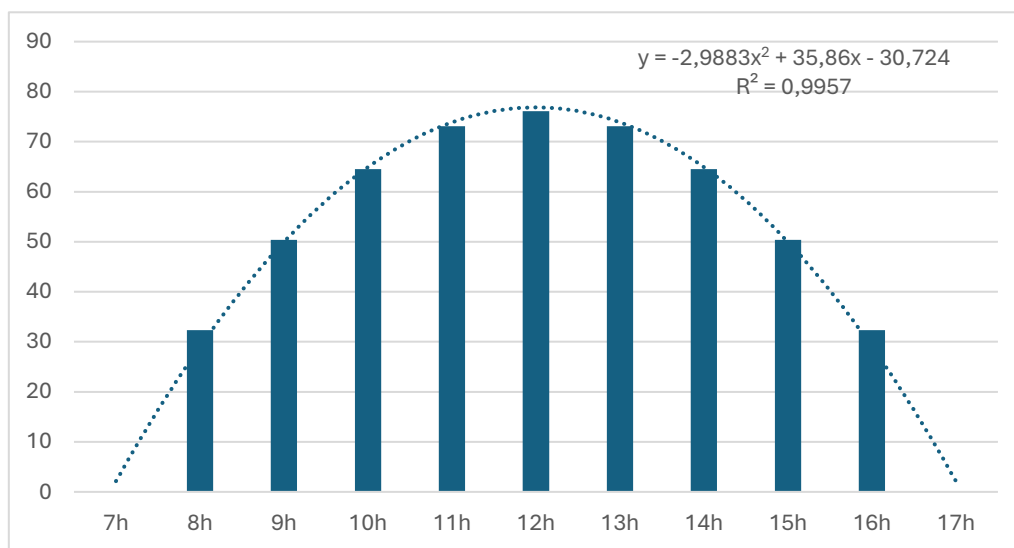


Fig.23 Energie produite par une surface élémentaire inclinée à 30° par rapport au plan horizontal lors du solstice d'hiver par 47°N

L'énergie cumulée, représentée par une approximation polynomiale du 2^{ème} ordre, vaut :

$$E_d = 490 \text{ ua}$$

La moyenne est approximativement de :

$$E_{dmoy \text{ annuelle}} \approx 647 \text{ ua}$$

Le propriétaire d'un bâti n'aura pas d'autre choix que de faire avec l'inclinaison de sa toiture. Il n'en est pas de même pour les réalisations que l'on qualifiera d'industrielles où la rentabilité maximale est recherchée, l'inclinaison est souvent faible, favorisant la production estivale au détriment de la production hivernale.

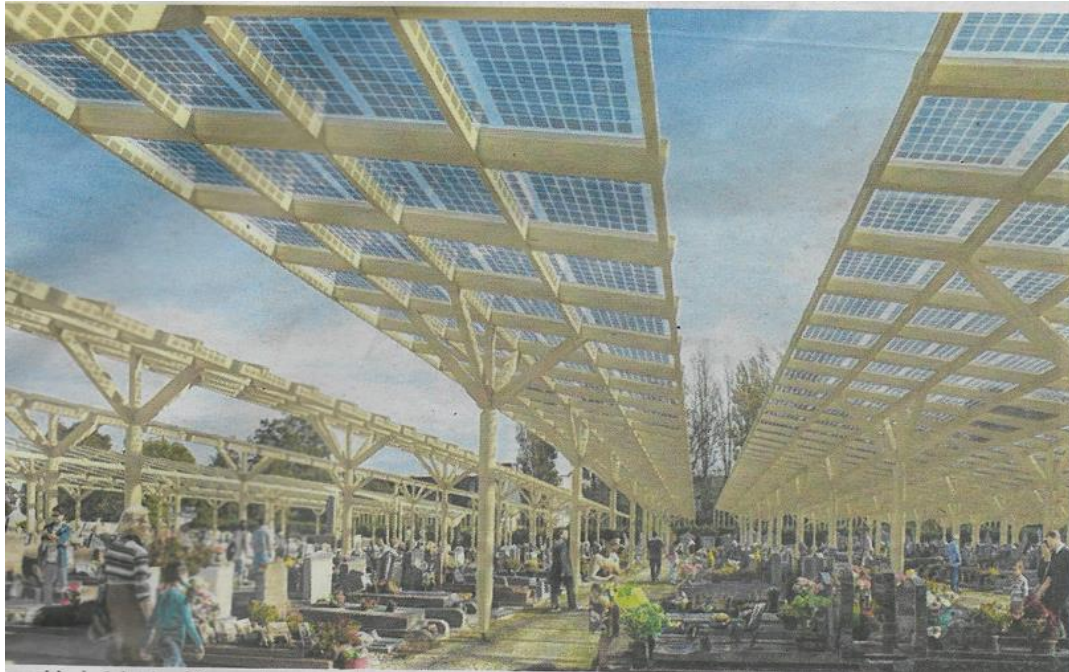


Fig.24 Installation photovoltaïque industrielle dans un cimetière d'une ville française. Sans commentaire...



Fig.25 Installation de panneaux photovoltaïques, ici en Allemagne, en position verticale. La production hivernale est favorisée, au détriment du rendement estival.

Nous pourrions multiplier les exemples pour différentes latitudes, inclinaison, azimut, dans ce cas il convient d'automatiser les calculs des formules (1) et (14).



Fig.26 Installation d'un chauffe-eau solaire en Crète (35 °N). La position inclinée des capteurs favorise l'éclairement hivernal.

6 Le problème de l'heure.

Le 28 avril 2025 à 12h30 eu lieu en Espagne une gigantesque défaillance du réseau électrique qui a touché la péninsule ibérique et le sud de la France.

Mais comment interpréter l'heure légale de 12h30 ? Lorsque l'on parle d'éclairement solaire, seule compte l'heure solaire vrai, qui est différente de l'heure légale.

L'heure légale s'exprime par la relation :

$$H_l = TSM + long + C_1 + C_2 \quad (18)$$

où

- TSM est le temps solaire moyen
- long est la longitude du lieu exprimée en heure et fraction d'heure. Elle est positive à l'Ouest et négative à l'Est.
- C_1 est la correction due au fuseau horaire (+1h pour le fuseau horaire d'Europe centrale).
- C_2 est la correction saisonnière : +0h (du dernier dimanche d'octobre au dernier dimanche de mars), +1h (du dernier dimanche de mars au dernier dimanche d'octobre).

Explicitons maintenant le terme TSM ou temps solaire moyen, nous avons vu page 14 que le jour solaire vrai est variable, il ne peut servir d'étalon de temps. C'est sa durée moyenne, déterminée sur un très grand intervalle de temps, que l'on emploie à cet usage, sous le nom de jour moyen. Il existe une relation entre TSM et TSV

$$TSM = TSV + ET$$

où ET est l'équation du temps.(figure 26)

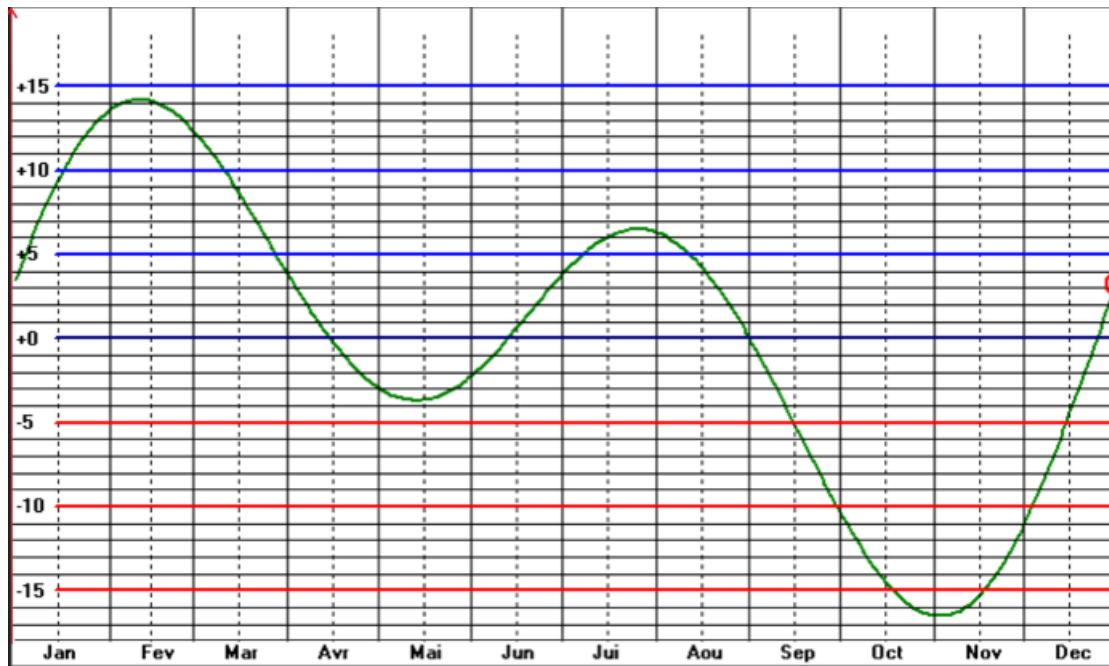


Fig.27 Le graphe représentatif de l'équation du temps. Il est suffisant pour la plupart des applications pratiques relevant de la physique appliquée.

L'équation (18) devient

$$H_l = TSV + ET + long + C_1 + C_2 \quad (19)$$

6.1.6 Exemple

A proximité de la ville de Balboa se trouve l'une des plus grandes installations photovoltaïque d'Espagne. Calculons le temps solaire vrai à 12h30 le 28 avril.

Faisons l'inventaire de nos paramètres en commençant par les corrections.

L'Espagne, comme la France, est dans le fuseau horaire d'Europe centrale donc $C_1 = +1h$, c'est-à-dire qu'il y a un décalage horaire d'une heure entre Greenwich, méridien d'origine, et le fuseau horaire d'Europe centrale.

A la date du 28 avril, l'Union Européenne a basculé en horaire d'été, donc $C_2 = +1h$

Voyons maintenant le cas de l'équation du temps, sur le graphique de la figure 26, on voit qu'à la date du 28 avril, ET vaut environ -4 mn.

Il nous reste le problème de la longitude. Balboa se trouve à une longitude de 6° 55' Ouest que nous pouvons arrondir sans remord à 7°: nous cherchons un ordre de grandeur plutôt que la précision.

Il faut maintenant convertir 7° en temps. En considérant en première approximation que la Terre effectue une rotation de 360° en 24h, alors en une heure de temps, la Terre tourne d'un angle de :

$$\omega = \frac{360}{24} = 15^\circ * h^{-1}$$

ω est vitesse angulaire de la Terre, elle décrit un arc de 15° en une heure. En divisant 60 par cette valeur, on obtient :

$$\frac{60}{15} = 4mn * \text{degré}^{-1}$$

Ainsi, il faut 4mn à la Terre pour parcourir un angle de 1°. Que devient notre longitude ?

$$long = 4 * 7 = 28 mn$$

Comment pouvons interpréter ce résultat ? simplement en observant qu'il sera midi au Soleil au méridien de Balboa 28 mn après celui de Greenwich.

Notre équation (19) devient en ramenant toutes les durées sous forme de minutes :

$$750 = TSV + (-4) + 28 + 60 + 60$$

soit :

$$TSV = 750 + 4 - 28 - 60 - 60 = 606 mn \Leftrightarrow 10h 6mn$$

On constate que l'heure légale du décrochage, le Soleil n'avait pas atteint la culmination à Balboa, celle-ci ayant lieu à 12h TSV, soit 14h 10 mn heure légale.

Conclusion.

Nous avons fait une large place à l'astronomie de position dans ce document, elle nous permet d'appréhender les principales propriétés du photovoltaïque :

- Le mouvement diurne (rotation de la Terre autour de son axe Nord-Sud) se manifeste en tout point sur la Terre, les variations saisonnières sont seulement moins perceptibles aux basses latitudes.
- Le Soleil n'est jamais au zénith en Europe (à la verticale à midi solaire vraie).
- Le mouvement diurne, par temps clair, se manifeste par un éclairement croissant du Lever à la culmination, à un éclairement maximum à la culmination, puis à un éclairement décroissant de la culmination au Coucher.

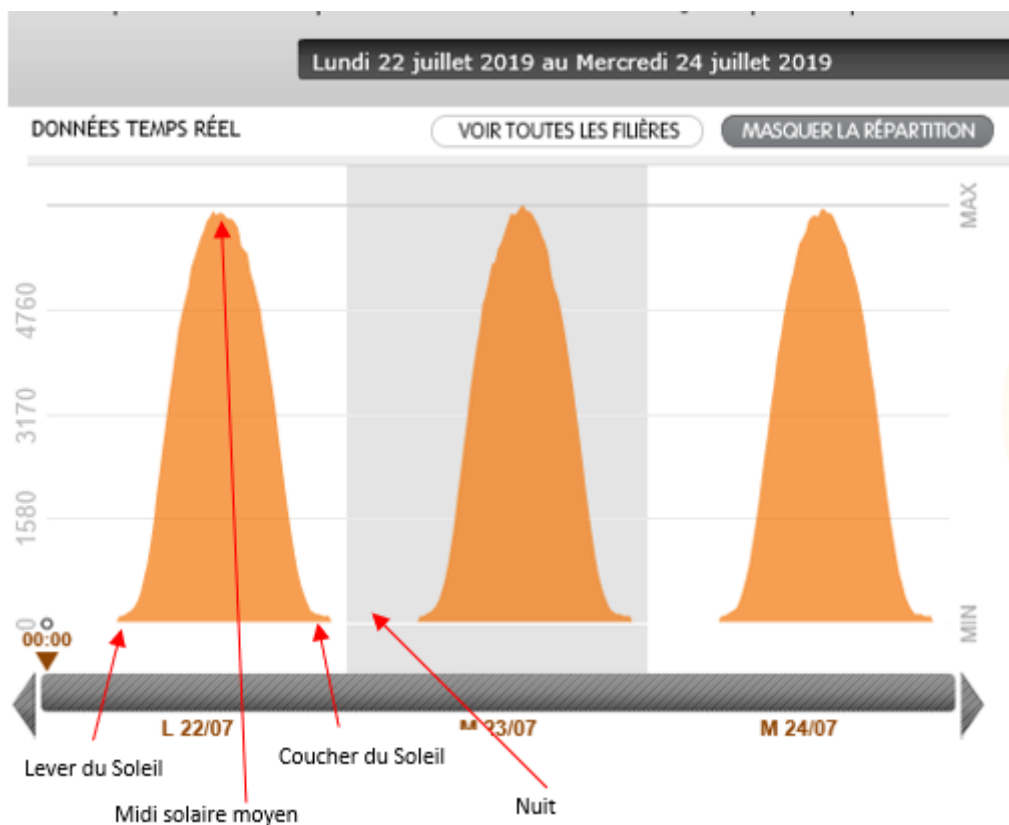


Fig.28 La production photovoltaïque s'apparente à un signal sinusoïdal mono-alternance.

- Il est impropre de parler de parler d'énergie intermittente qui n'a pas de signification en physique. Il est préférable de parler d'énergie continûment variable entre le Lever et le Coucher, nulle entre le Coucher et le Lever. Le gestionnaire de réseau doit en conséquence ajuster en permanence la production des centrales pilotables.

- Les aléas météo du type “ ciel variable ” engendrent de brusques variations de production, ce qui complique davantage encore le travail du gestionnaire de réseau.

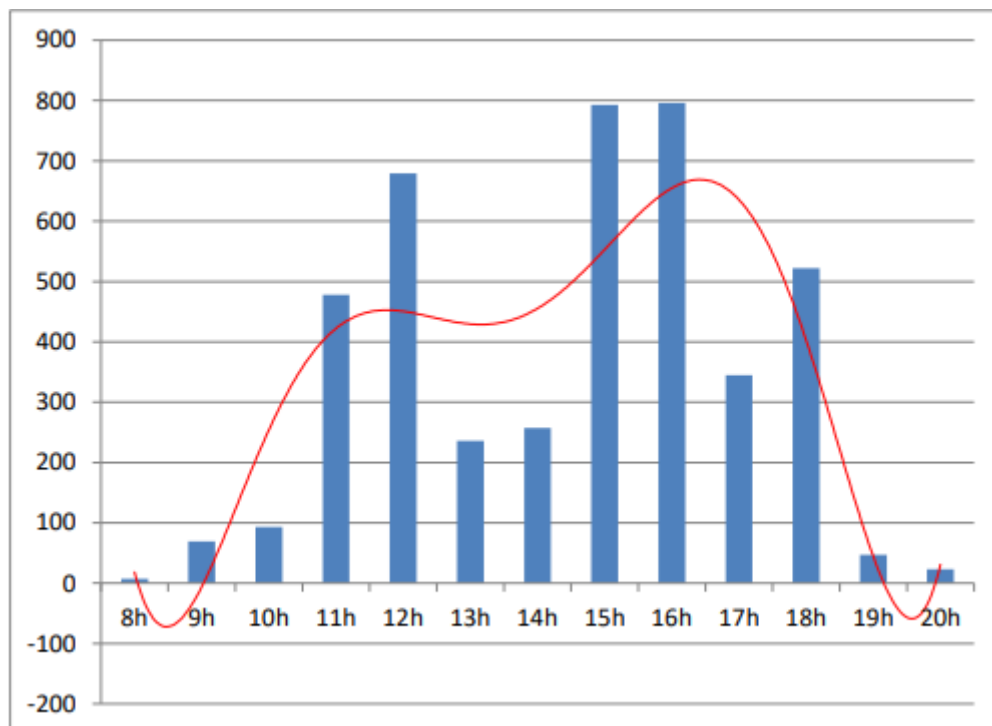


Fig.29 Eclairement solaire mesuré par le pyranomètre de l'observatoire météorologique de Saillé en Guérande le 31 mars 2018 par journée “ ciel variable ” En ordonnée le puissance mesurée, par unité de surface (Wm^{-2}). Nous sommes bien loin d'une demi-sinusoïde. (source : météociel)

- En Europe, les faibles inclinaisons favorisent la production estivale, les inclinaisons élevées (supérieures à la latitude du lieu) favorisent la production hivernale.
- En Europe, l'inclinaison des installations hors bâti est généralement faible, privilégiant ainsi la production estivale...et le rendement financier.
- L'éclairement d'une surface ne coïncide pas avec le Lever et le Coucher du Soleil, sauf dans le cas d'une surface horizontale. Elle dépend de son inclinaison et de son azimut.
- Les propriétés ci-dessus montre que le photovoltaïque ne peut en aucun cas remplacer des centrales pilotables.
- Par son absence totale d'inertie, le photovoltaïque est facteur d'instabilité du réseau électrique.
- Il est cependant adapté pour les systèmes autonomes de faible puissance (signalisation routière, bouée en mer...).