

La formule de Tsiolkovsky illustrée et sans calcul.

Thierry Piou président de l'association d'astronomie "Pêcheurs d'étoiles" La Baule

Nous allons rappeler ci-dessous la formule de Tsiolkovsky et les trois formules qui en découlent, nous n'y reviendrons pas ensuite. On les rappellera seulement lorsque cela sera nécessaire par leur numéro associé. Pour davantage de précision, on se rapportera au site

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dm}{dt} \vec{u} + \vec{F} \quad \text{formule fondamentale de l'astronautique}$$

ou formule de Tsiolkovsky

$$\frac{dv}{dt} = -g + \frac{u}{\tau} \left(\frac{m_0}{M + m_0 \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)} \right) = -g + \frac{u}{\tau} \left(\frac{1}{\left(1 + \frac{M}{m_0}\right) - \frac{t}{\tau}} \right) = a(t) \quad (I)$$

formule de l'accélération.

$$v(t) = -gt - u \ln \left[1 - \frac{m_0}{m_0 + M} * \frac{t}{\tau} \right] \quad (II)$$

formule de la vitesse

$$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + \frac{u\tau}{\alpha} \left\{ \left(1 - \alpha \frac{t}{\tau}\right) \left[\ln \left(1 - \alpha \frac{t}{\tau}\right) - 1 \right] + 1 \right\} \quad (III)$$

formule de l'altitude

avec :

$$\alpha = \frac{m_0}{m_0 + M}$$

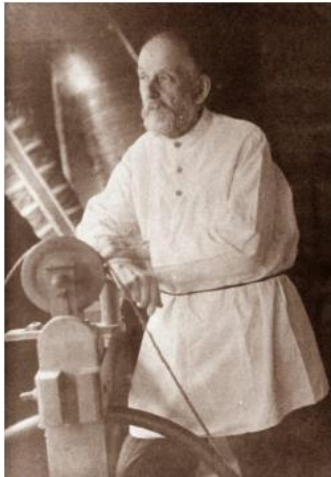


Fig.1 Constantin Tsiolkovsky (1857-1935) pionnier de l'astronautique russe découvrit le premier l'équation fondamentale de l'astronautique

A quoi servent ces formules ? la formule (I) permet de calculer l'accélération de la fusée au décollage et en fin de combustion du premier étage, exprimé en "g" pour plus de commodité¹. Les formules (II) et (III) permettent de calculer respectivement la vitesse et l'accélération de la fusée en fin de fonctionnement du 1^{er} étage (séparation des propulseurs d'appoint dans le cas des navettes spatiales et d'ArianeV).

Nous allons considérer quatre lanceurs spatiaux et indiquer les grandeurs en question.

Attention cependant !!!

Il s'agit ici d'ordre de grandeur, nous ne recherchons pas la précision qui, de toute façon à notre niveau, ne peut-être qu'illusoire. Pourquoi ?

D'abord, les formules ci-dessus ont été établis en tenant compte d'hypothèses, bien que réalistes, simplificatrices. (voir document sur le site), ensuite les données permettant les calculs numériques varient selon les auteurs, enfin il existe pour un même lanceur d'innombrables variantes, par exemple cinq navettes spatiales ont été construites, pas une seule ne fait la même masse à vide, et la masse au décollage varient selon la charge utile.

Ce document est agrémenté d'un grand nombre d'images, qui évoque, succinctement, l'histoire de la conquête spatiale. Commençons par la mère de toutes les fusées, l'A4.

La fusée A4

La fusée A4, mise au point entre 1937 et 1945 à Peenemünde sur les bord de la Baltique, fut véritablement la première fusée opérationnelle, elle est dotée d'un unique étage propulsif.

¹ Le "g" est l'accélération au sol de la pesanteur et vaut approximativement $9,81 \text{ ms}^{-2}$



Fig.2. 3 octobre 1942, 1^{er} lancement réussi de la fusée A4. L'accélération est de 1g lors du décollage et de 4g en fin de combustion (utilisation de la formule I), la vitesse est alors de 1,25 km/s soit 4500 km/h (utilisation de la formule II) et son altitude d'environ 30km. Bien que sans propulsion, l'A4 poursuit sa course pour culminer à 90km avant d'entamer sa descente. On remarquera les damiers noirs et blancs qui permettent de vérifier la stabilité autour de son axe longitudinal.

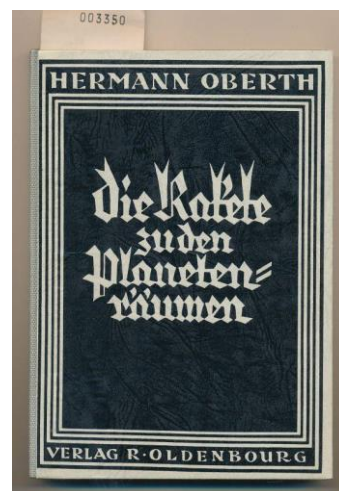
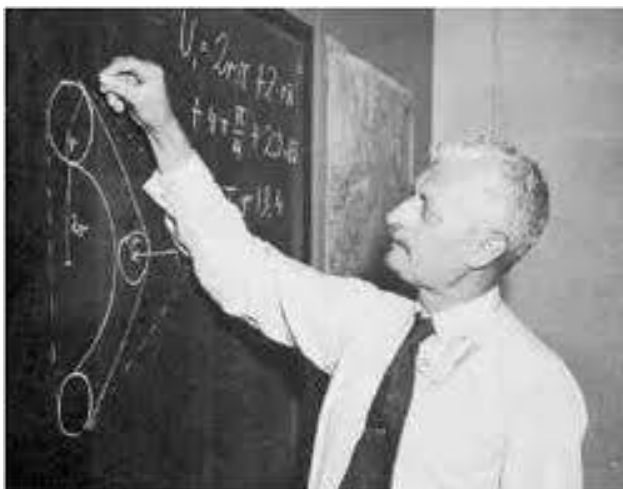


Fig.3. Hermann Oberth découvrit indépendamment de Tsiolkovsky la formule fondamentale de l'astronautique. Il publia ses travaux dans un ouvrage "La fusée, clef des espaces interplanétaires", synthèse de ses réflexions et de ses calculs, un ouvrage qui fera date dans l'histoire de l'astronautique. Beaucoup le considère aujourd'hui comme le père spirituel de la fusée A4.



Fig.4 Bien que théoricien, Hermann Oberth n'hésitait pas à mettre la main à la pâte, ici devant un tour en 1929. La poste roumaine émis un timbre en 1982 à l'effigie d'Hermann Oberth à l'occasion du 60^{ème} anniversaire de la publication de son livre. Sur ce timbre, on distingue la formule fondamentale de l'astronautique ainsi qu'une fusée qui ressemble curieusement à l'A4.



Fig.5. Hermann Oberth (de profil au centre) fait la démonstration d'une fusée à carburant liquide à Reinickendorf dans la banlieue de Berlin en 1930. A gauche on distingue Rudolf Nebel, troisième à droite, un jeune homme promis à un brillant avenir : Wernher von Braun.



Fig.6. Le docteur Wernher von Braun est nommé directeur technique de Peenemünde à 25 ans. De 1937 à 1945, il conçoit et met au point la fusée A4. Il fut parmi les 1500 scientifiques allemands, dont 127 ayant travaillé à Peenemünde, exfiltrés par l'US Army dans le cadre de l'opération "paperclip". L'extrapolation de l'A4 permettra la satellisation du 1^{er} satellite américain le 31 janvier 1958. Il développa ensuite la fusée lunaire Saturn V



Fig7. L'un des secrets de la réussite de l'A4, les deux gyroscopes de stabilisation, ici sur leur plate-forme et dont les axes de rotation sont perpendiculaires.



Fig 8. 2 mai 1945. Les principaux ingénieurs de Peenemünde se rendent aux Américains. On distingue von Braun le bas en écharpe, le général Dornberger, deuxième à droite de von Braun et responsable militaire de Peenemünde, à sa droite Magnus von Braun, qui négocia la reddition avec les Américains, le frère de Wernher. Dans quelques jours, ils fouleront le sol américains, bien avant les GI que l'on voit à gauche.



Fig.9. Oberth et von Braun en discussion aux Etats-Unis dans les années 1950
Wernher von Braun vouera toujours reconnaissance et estime envers Oberth.

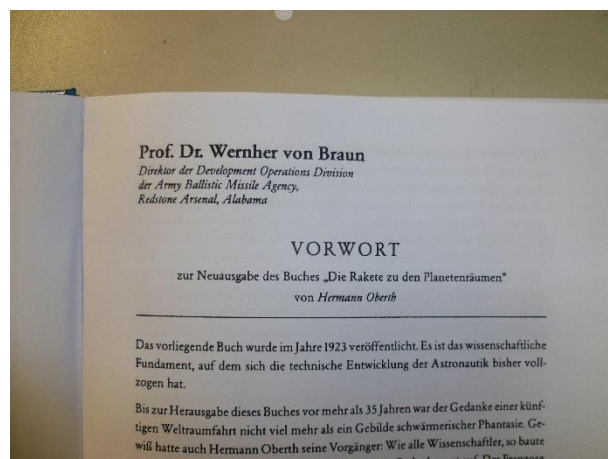


Fig.10. Publié en 1923, l'ouvrage de référence d'Oberth sera réédité en 1925, 1960, 1964 et une nouvelle fois en 2013 par l'éditeur original Oldenbourg Verlag à l'occasion du 90^{ème} anniversaire de sa publication, y est incluse la préface de von Braun datée au 24 juin 1959.



Fig.11. Dans son album "Objectif Lune " paru en 1953, Hergé s'inspira de la fusée A4 de von Braun.

La fusée Saturn V

La compétition entre l'Union Soviétique et les Etats-Unis commence avec la guerre froide. Les armes à base de fusées mise au point par l'Allemagne au cours de la seconde guerre mondiale font l'objet de la plus grande convoitise des pays alliés. Dès 1944, une véritable course de vitesse va s'engager entre ces pays pour récupérer le précieux savoir-faire des ingénieurs allemands.

Le programme Saturn commence très tôt en avril 1957 à Huntsville en Alabama sous la direction de Wernher von Braun. Saturn V, le dernier lanceur de la famille Saturn, complet avec au sommet le vaisseau Apollo, mesure 102 m de hauteur, est composé de trois étages et à une masse au décollage de 2900 tonnes. Lors du décollage, le débit des propergols est $13,5 \text{ t} \cdot \text{s}^{-1}$, la vitesse d'éjection des gaz atteint $2470 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, la durée de combustion du 1^{er} étage est 150 secondes.



Fig.10. Saturn V, ici sur son pas de tir lors de la mission Apollo IV, est probablement la plus belle fusée jamais construite. Son accélération au décollage est très faible : 0,2g et atteint 3g en fin de combustion du 1^{er} étage (utilisation de la formule I), sa vitesse est alors de 1,5 km/s soit 5400 km/h et son altitude de 69 km (respectivement formules II et III)



Fig.11. Décollage de Saturn V



Fig.12. Von Braun avec ses collaborateurs les plus proches à Huntsville, tous des anciens de Peenemünde



Fig.13. Von Braun penché sur ce qui ressemble à une sphère céleste. Il est amusant de constater que le plus simple pour déterminer la trajectoire des satellites est d'utiliser le modèle géocentrique des Grecs vieux de 2500 ans.



Fig.14. 21 juillet 1969. On a marché sur la Lune. Von Braun porté en triomphe par ses amis à Huntsville

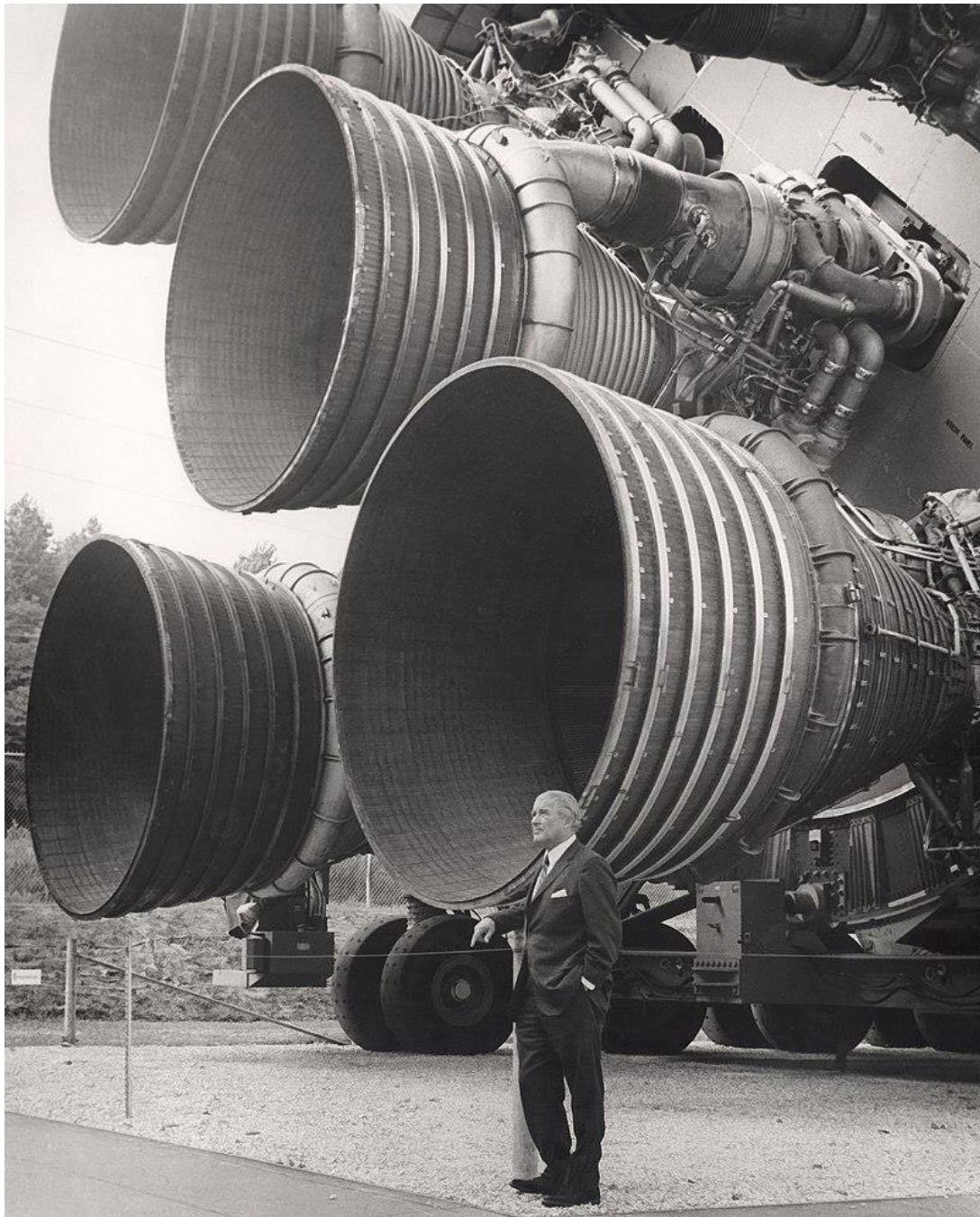


Fig.15. Wernher von Braun, vieillissant, devant les tuyères des moteurs du 1^{er} étage d'une Saturn V.

La navette spatiale

Après l'épopée lunaire, les aspects commerciaux de de l'industrie spatiale se dessinent nettement : satellites de communication, d'observation, de géolocalisation etc.. En concevant au début des années 1970 un engin réutilisable, les responsables de la NASA espèrent pouvoir abaisser sensiblement les coûts du lancement spatial, qui a, jusque-là, recours à des fusées perdues après usage. L'idée originelle était de concevoir un engin entièrement réutilisable, mais devant la complexité inhérente au concept et à son coût, des compromis sont adoptés : seules la navette et les propulseurs d'appoints seront réutilisables. Le grand réservoir contenant les propergols, très coûteux, sera perdu à chaque mission. Lorsque sa carrière opérationnelle débute en 1982, tous les satellites américains sont pris en charge par les navettes spatiales.

Grâce à une politique tarifaire agressive, la navette occupe une place dominante sur le lancement des marchés commerciaux. Mais il apparaît rapidement que la navette ne sera jamais un moyen de lancement concurrentiel par rapport aux fusées, la cadence des lancements espérés ne peut être tenu, la remise en états des propulseurs d'appoint est longue et coûteuse ainsi que la vérification des navettes après chaque mission.

Après la destruction de Challenger en 1986, l'utilisation de la navette est limitée au lancement des satellites non commerciaux et aux expériences scientifiques (sans beaucoup de retombées). La perte de Columbia en 2003 accélère la décision de retirer du service la flotte de navette dont le dernier vol se déroula en juillet 2011. La navette effectua 135 vols entre 1981 et 2011.

La propulsion de la navette lors du décollage est assurée par trois moteurs à propergols liquide solidaires de l'orbiteur et de deux propulseurs d'appoints à propergols solide. Ceux-ci fournissent 70% de la poussée de la navette lors du décollage.

Les deux propulseurs d'appoint fonctionnent pendant 120s avant leur largage et consomment 440 tonnes de propergols chacun. La masse de la navette spatiale au décollage est de l'ordre de 2050 tonnes ; elle dépend cependant de l'orbiteur, chacun d'entre-eux ayant une masse qui lui est propre et de la charge utile.



Fig.16. L'accélération est de 0,6g au décollage et atteint 2,5g lors de la séparation des propulseurs d'appoint. Vitesse et altitude sont respectivement de 5800 km/h et 70 km.



Fig.17. Le télescope Hubble est lancé 24 avril 1990 lors de la mission STS-31 de Discovery. L'une des plus belles réussites du programme navette.



Fig.18. Columbia après l'atterrissage sur la base d'Edwards en Californie terminant ainsi la 1^{ère} mission d'une navette, le 14 avril 1981.



Fig.19. Le drame.28 janvier 1986. Il fait particulièrement froid depuis plusieurs jours à cap Canaveral. Les joints d'étanchéité des propulseurs d'appoint supportent mal les basses températures, un problème bien identifié par la Nasa. La veille du lancement, les responsables de la Nasa et les ingénieurs chargés de la construction et de la maintenance des propulseurs d'appoint, s'entretiennent. Certains mettent en en garde. Le lancement est maintenu. Ce 28 janvier 1986, 73s après le décollage, Challenger explose tuant les 7 membres d'équipage.
En utilisant la formule III, on montre que l'altitude était d'environ 20 km lorsque Challenger explosa



Fig.20. Lors du lancement le 16 janvier 2003, un fragment de mousse isolante se détache du réservoir ventral et endommage le bouclier thermique du bord d'attaque de l'aile gauche de l'orbiteur Columbia se désintègrera le 1^{er} février 2023 lors de sa rentrée dans l'atmosphère, tuant les 7 membres d'équipage.



Fig.21. Un responsable de la Nasa montrant un fragment de mousse isolante lors de l'enquête qui suivie l'accident.



Fig.22. Résultat d'un test en laboratoire simulant l'impact d'un morceau de mousse isolante sur une tuile de la protection thermique

Ariane V

Dès 1970 le développement spectaculaire des applications spatiales contraint l'Europe à prendre conscience de l'importance politique et économique que constituait l'utilisation de l'espace . Tout laisse présumer que la décennie 1980-1990 verra la mise en place de systèmes spatiaux à des fins commerciales dans le domaine des télécommunications, de la télévision directe, de la météorologie, ou de l'observation de la Terre. Après bien des vicissitudes, un projet d'ensemble est adopté qui débouchera sur le programme Ariane dont le premier vol inaugural se déroula le 24 décembre 1979.



Fig.23. L'accélération est de 0,4g au décollage et de 3,2g lors de la séparation des propulseurs d'appoint. Sa vitesse est proche 6100km/h (1,7 km/s) et son altitude d'environ 80 km