

Influence de l'angle d'incidence sur l'éclairement d'une surface élémentaire.

Thierry Piou sociétaire du Club d'astronomie "Pêcheurs d'étoiles" La Baule

Introduction.

L'angle d'incidence est l'angle compris entre la direction du Soleil et la verticale d'un lieu. Nous allons étudier dans ce document l'influence de cet angle sur l'éclairement d'une surface élémentaire. Nous commencerons par un rappel de notions astronomiques élémentaires en commençant par la description des deux principaux mouvements de notre planète.

1.1 Les deux principaux mouvements de la Terre.

La Terre, dont la forme est sensiblement sphérique, est animée d'un mouvement de rotation autour de son axe Nord-Sud. A chaque instant, une moitié de sa surface est éclairée, l'autre est dans l'ombre. La Terre tourne sur elle-même, de l'Ouest vers l'Est. Ce mouvement fait passer sous nos latitudes chaque point alternativement dans l'hémisphère éclairé par le Soleil et dans l'hémisphère obscur : d'où la succession des journées¹ et des nuits (figure 1). La Terre fait un tour sur elle-même en un jour. Nous préciserons cette notion un peu plus loin.



Le sens de rotation de la Terre. Un observateur qui est en A voit le Soleil dans la direction de l'Est. C'est le matin, la nuit vient de s'achever. La Terre tourne d'Ouest en Est, notre personnage passe de la nuit à la journée et observe le Lever du Soleil.

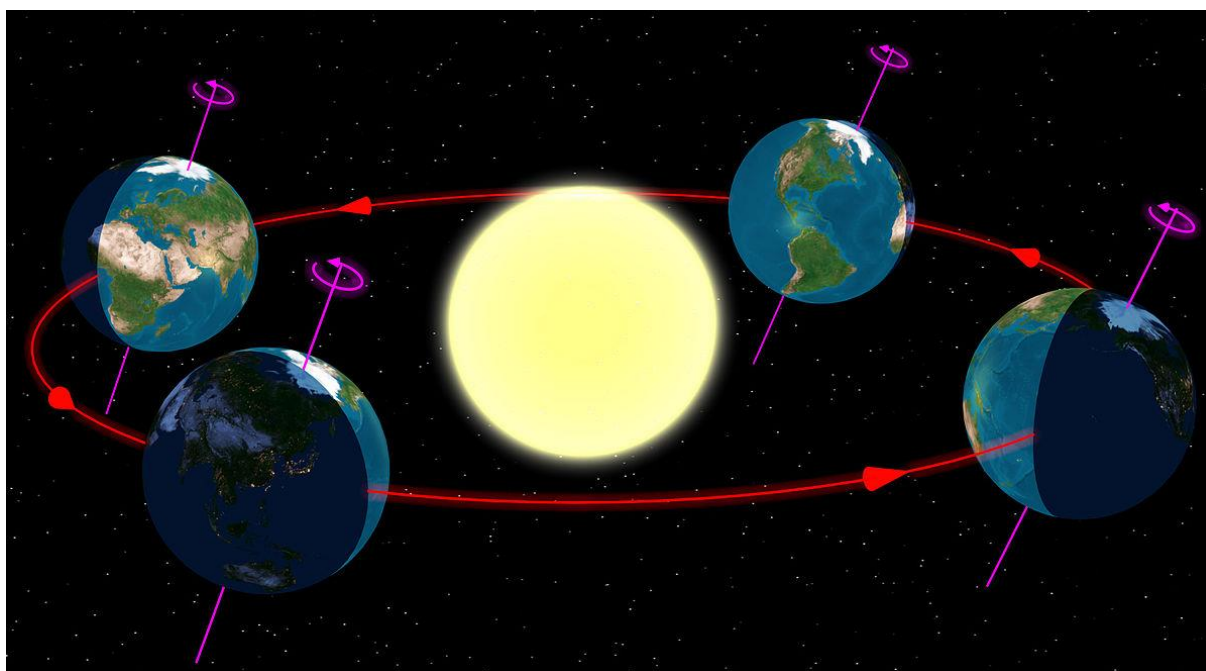
Fig.1

Pour l'observateur entraîné à son insu, tout se passe comme si le Soleil tournait autour de la Terre dans le sens opposé c'est-à-dire de l'Est vers l'Ouest. En effet, le Soleil se lève à l'horizon Est, puis il monte peu à peu dans le ciel, il atteint sa plus grande hauteur au Sud, enfin il s'abaisse vers l'horizon Ouest où il se couche.

Outre son mouvement de rotation sur elle-même, la Terre est animée d'un mouvement de révolution autour du Soleil dont la durée est d'une année. Cette durée est différente selon le point de vue considéré. L'année tropique est celle des saisons, c'est la durée séparant un équinoxe de printemps au suivant. La durée moyenne d'une année tropique est de 365,2422 jours.

On appelle écliptique le plan de l'orbite de la Terre autour du Soleil, ce plan contient l'axe passant par les centres du Soleil et de la Terre. (figure 2). Remarquons que l'axe de rotation de la Terre forme un angle par rapport à la normale à ce plan.

¹ Nous appellerons dans ce document journée l'intervalle de temps séparant le Lever du Soleil de son Coucher.



Le mouvement de révolution de la Terre autour du Soleil

Fig.2

1.2 Mouvement diurne. Hauteur du Soleil à midi solaire vrai.

Maintenant que nous avons défini les deux principaux mouvements de notre planète, nous allons voir maintenant comment ceux-ci se manifestent pour un observateur situé sur la Terre en commençant par le mouvement diurne (figure 3).

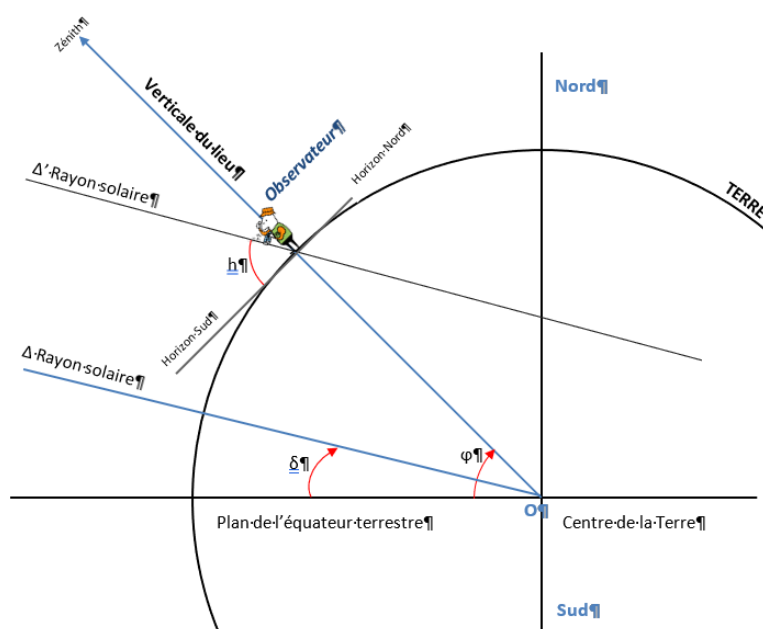


Fig.3

Il convient dans un premier temps de définir le repère de notre observateur. La direction verticale de notre personnage est celle donnée par un fil à plomb dans sa position d'équilibre. Dans cette direction, au-dessus de la tête de l'observateur, se trouve le zénith. Le point

diamétralement opposé au zénith se nomme le nadir. Le plan perpendiculaire à la verticale se nomme plan horizontal. Nous pouvons réduire ce plan à un cercle dont l'observateur occupe le centre. Les diamètres Nord Sud et Est Ouest de ce cercle sont perpendiculaires.

Le plan contenant l'axe Nord-Sud et l'observateur se nomme plan méridien. La latitude est l'angle formé par la verticale du lieu d'observation et le plan équatorial, elle est dénotée φ sur la figure 3. La hauteur h d'un objet céleste est la distance angulaire entre le plan horizontal et cet objet. Si l'astre est à l'horizon sa hauteur est de 0° . Elle vaut 90° si l'astre est au zénith.

Bien entendu, l'astre qui nous intéresse ici est le Soleil. Nous avons vu qu'il se lève dans la direction de l'Est et qu'il s'élève peu à peu avant d'atteindre une hauteur maximale puis il s'abaisse avant de se coucher dans la direction de l'Ouest. Nous pouvons maintenant définir le midi solaire vrai de la manière suivante :

Le midi solaire vrai correspond au milieu de la journée entre le Lever et le Coucher du Soleil. A cet instant précis, le Soleil est dans le plan du méridien de l'observateur (Plein Sud en France). C'est aussi à cet instant de la journée que sa hauteur est maximale. Le jour solaire vrai est, par définition, l'intervalle de deux midis vrais consécutifs.

Il est simple de déterminer la hauteur du Soleil puisque nous sommes ramenés ici à un problème de géométrie plane. On considère, avec une très bonne approximation, que les rayons solaires parvenant sur la Terre sont parallèles entre-deux. La figure 3 nous indique alors que la hauteur du Soleil s'exprime par la relation :

$$h = 1d - (\varphi - \delta) \quad (1)$$

Remarque :

En géométrie plane, l'unité d'angle est l'angle droit que l'on dénote souvent $1d$. Un angle valant $2d$ est donc un angle plat.

δ est la déclinaison du Soleil, il s'agit d'un angle qui évolue de façon périodique. Nous reviendrons plus loin sur cette grandeur.

Exemples de hauteurs à midi solaire vrai.

Considérons la ville de Guérande dont la latitude est $47^\circ N$

- Lors du solstice d'été, $\delta=23,4^\circ$, la hauteur du Soleil, à midi, est donc, selon la formule (1),

$$h = 1d - (47 - 23,4) = 66,4^\circ$$

- Lors des équinoxes de printemps et d'automne, $\delta=0$ nous avons :

$$h = 1d - 47 = 43^\circ$$

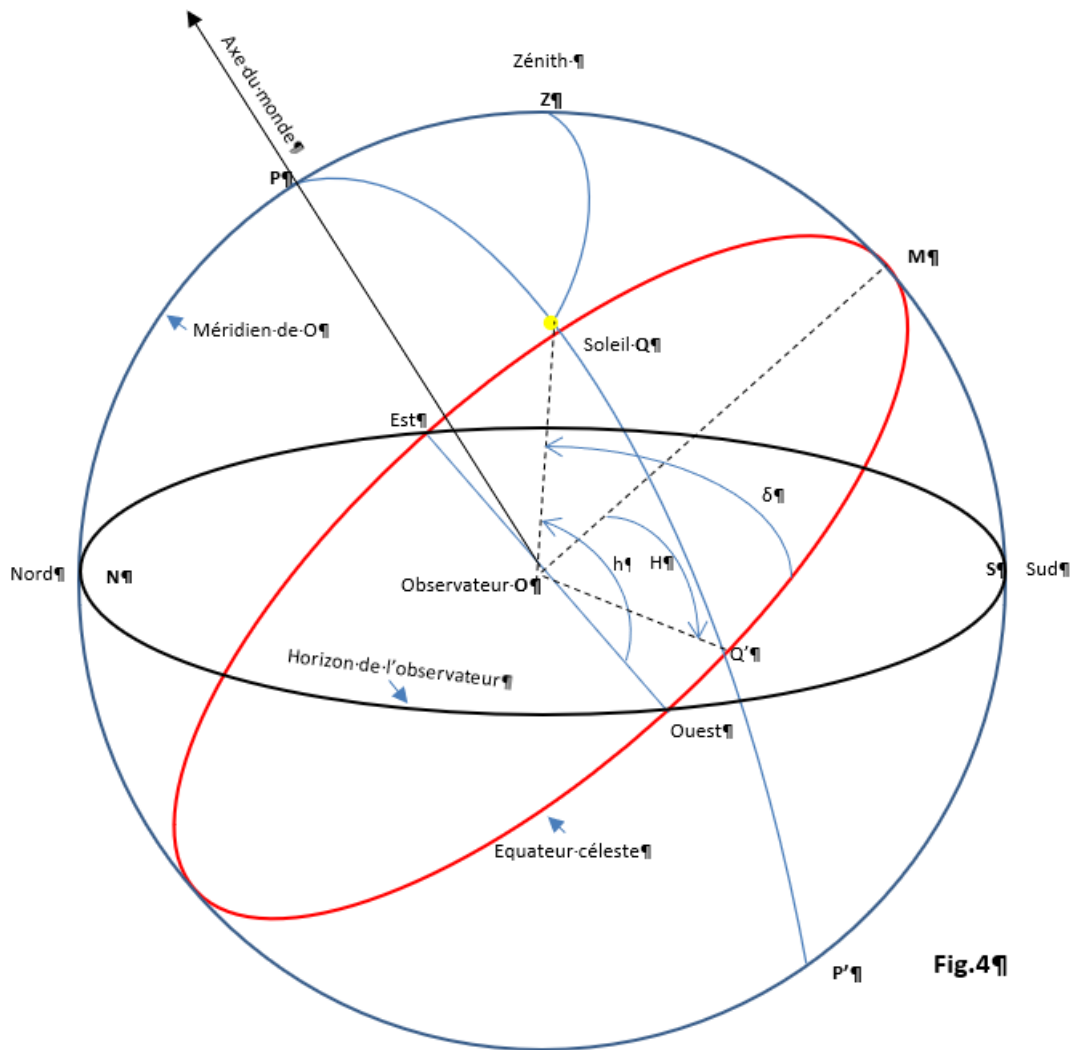
- Enfin lors du solstice d'hiver, $\delta=-23,4^\circ$:

$$h = 1d - (47 - (-23,4)) = 19,6^\circ$$

1.3 Lois du mouvement apparent du Soleil sur la sphère des fixes. Déclinaison.

Comme les étoiles, le Soleil participe au mouvement diurne mais il n'est pas représenté comme elles par un point invariable sur la sphère des fixes². Les journées sont plus courtes en hiver qu'en été et sa hauteur, comme nous venons de le voir avec les exemples ci-dessus, est beaucoup plus grande en été qu'en hiver. Sa déclinaison est donc variable.

Précisons ce point et reportons-nous à la figure 4 :



L'observateur est placé en O ; ce point est au centre du repère (l'observateur est au centre du monde). Les étoiles, y compris le Soleil semble appartenir à une voute, la voute céleste : On les voit selon une certaine direction, indépendamment de leur distance, comme si elles appartenait à une même grande sphère centrée sur l'observateur.

Pour l'observateur l'ensemble des étoiles semble tourner dans le sens direct autour du point P au cours de la nuit. La direction OP est aussi appelée axe du monde.

Sur la figure 4, nous retrouvons la hauteur h qui, rappelons-le, est l'angle que fait la direction du Soleil avec le plan horizontal et la déclinaison δ qui est l'angle que fait la direction du Soleil avec l'équateur céleste. Précisons ce point :

² On donne le nom de sphère des fixes (c'est-à-dire des étoiles fixes) à la sphère céleste qui porte les points figuratifs des étoiles et les entraîne dans son mouvement de rotation uniforme autour de l'axe du monde.

Au Solstice d'été (figure 5a), le Soleil est situé "au-dessus" de l'équateur céleste c'est-à-dire dans l'hémisphère boréal. Sa déclinaison est positive et égale à l'obliquité de l'axe de la Terre soit $23,4^\circ$. Au Solstice d'hiver, (figure 5b), le Soleil est situé "au-dessous" de l'équateur céleste c'est-à-dire dans l'hémisphère austral. Sa déclinaison est négative et égale en valeur absolue à l'obliquité de l'axe de la Terre.

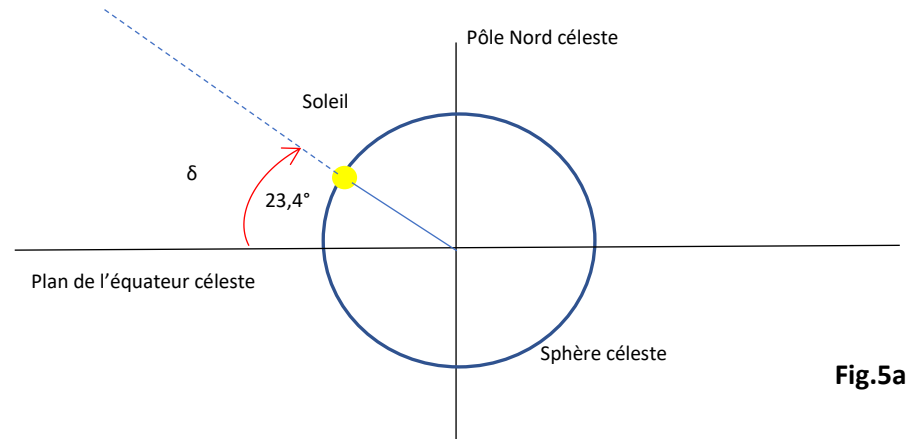


Fig.5a

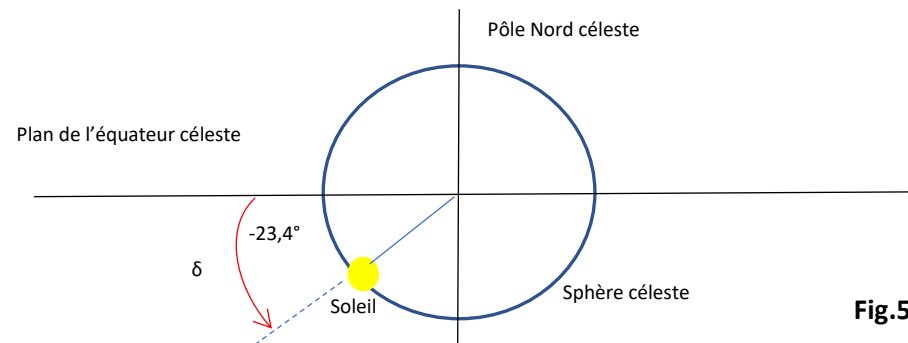


Fig.5b

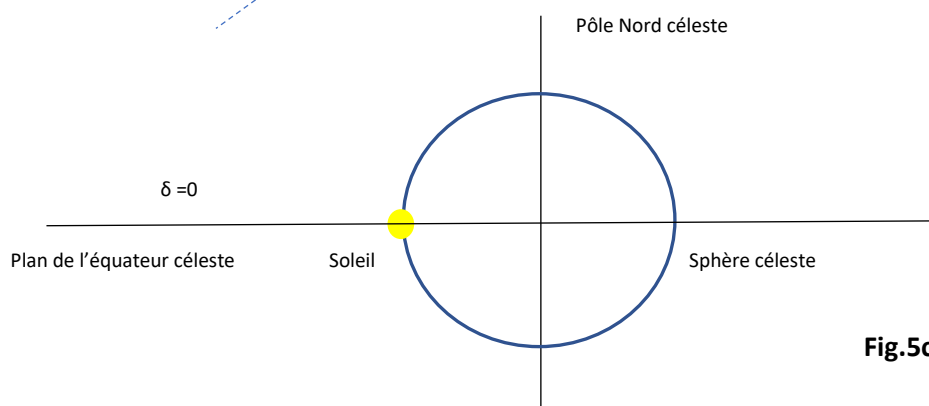


Fig.5c

Aux équinoxes de printemps et d'automne, le Soleil est dans le plan de l'équateur de céleste (figure 5c). Sa déclinaison est nulle.

La déclinaison du Soleil étant variable, il ne se maintient pas sur un parallèle déterminé. Entre deux midis vrais consécutifs, c'est-à-dire entre deux passages au méridien, sa déclinaison ayant varié de δ_0 à δ_1 il a décrit sur la sphère céleste locale une courbe comprise entre les deux parallèles correspondants. Du Solstice d'été au Solstice d'hiver, l'ensemble des courbes diurnes forme une spirale descendante, comprise entre les deux parallèles ayant pour déclinaison $+\delta$ à $-\delta$ auxquelles elle est tangente.

Du Solstice d'hiver au Solstice d'été, le Soleil décrit une spirale ascendante entre les mêmes parallèles.

La figure 6 représente l'évolution de la déclinaison en fonction du temps.

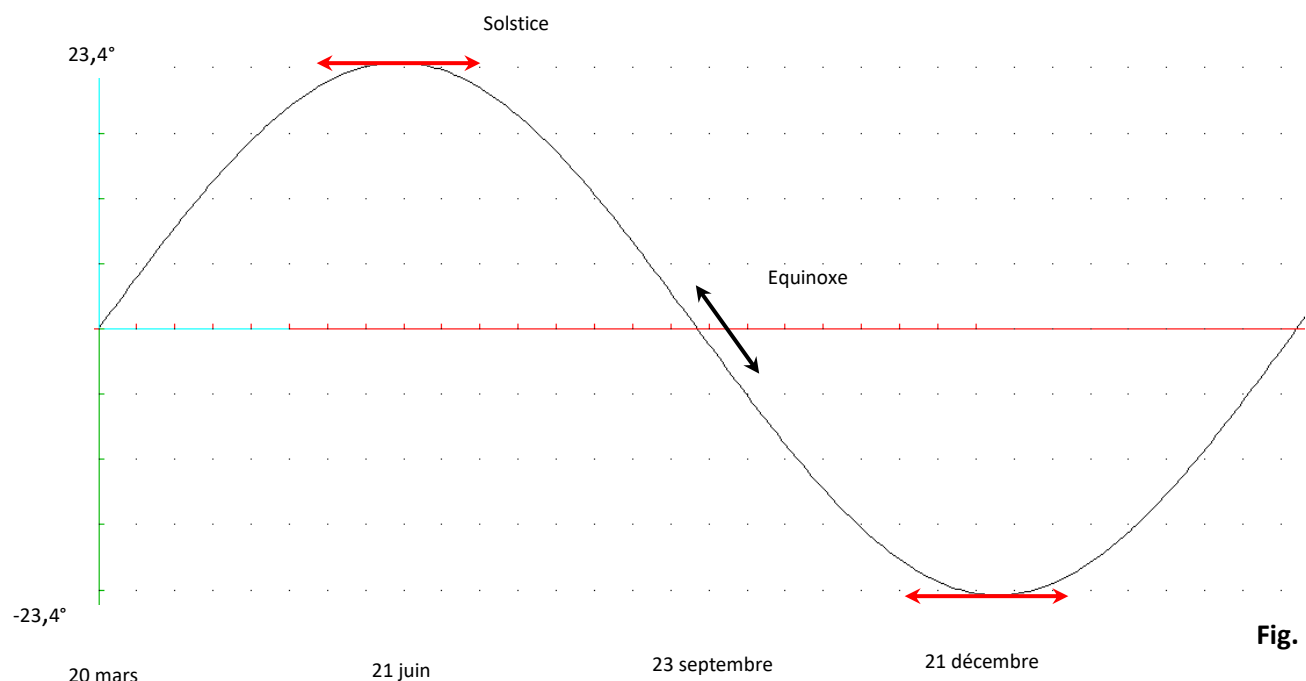


Fig. 6

La déclinaison varie le plus rapidement aux équinoxes cela se traduit pratiquement par une grande variation de la durée de la journée et de la hauteur du Soleil³ d'un jour à l'autre. A contrario la déclinaison varie lentement aux Solstices, la durée de la journée et la hauteur varient peu d'un jour au suivant.

1.4 Hauteur du Soleil en fonction du temps.

Nous avons vu comment calculer la hauteur du Soleil lorsque ce dernier est dans le plan méridien. La situation est plus complexe lorsque l'on veut généraliser le problème et calculer la hauteur du Soleil à n'importe quelle date de la journée, il convient dans ce cas de faire usage de la trigonométrie sphérique. L'établissement des formules du mouvement diurne est alors immédiat. Si l'on s'en tient à la trigonométrie plane, il faut implicitement reconstituer les formules des triangles sphériques pour parvenir au même but⁴.

La figure 4 fait apparaître une grandeur dont nous n'avons pas encore parlé, l'angle horaire H du Soleil.

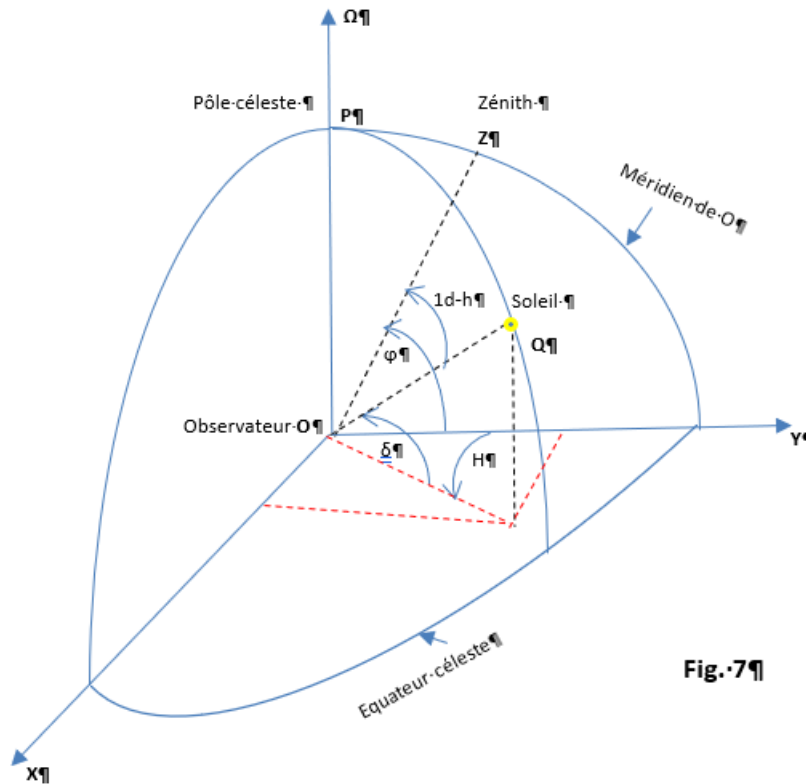
L'angle horaire H du point Q (le Soleil ici) est, par définition, l'angle compris entre son cercle horaire PQQ'P' (Q' est la projection de Q sur l'équateur céleste) et le demi méridien PZMP' dirigé vers le Sud. Il est mesuré par l'arc MQ', compté positivement vers l'Ouest de 0 à 180°, négativement vers l'Est de 0° à -180°.

La hauteur du Soleil en un lieu donné à un instant donné va s'exprimer en fonction de la déclinaison δ du Soleil, de son angle horaire H et de la latitude φ du lieu d'observation. Remarquons que la déclinaison δ varie lentement (variation à l'échelle du mois) tandis que l'angle horaire H varie rapidement (variation à l'échelle de l'heure).

³ Pour une heure donnée bien entendu.

⁴ Voir annexe 1

Considérons la figure 7 :



On y retrouve les éléments de la figure 5, la référence est le plan de l'équateur céleste et sa perpendiculaire. φ , la latitude de l'observateur, est l'angle compris entre le plan équatorial OXY et le zénith Z ; la déclinaison δ , est l'angle compris entre le plan équatorial et la direction du Soleil OQ ; l'angle horaire H est l'angle compris entre le plan méridien OPZ de l'observateur et le plan OPQ contenant le Soleil (il est midi solaire vrai sur le méridien, donc H est nul dans le plan OY Ω) ; la hauteur h du Soleil, est le complémentaire de l'angle compris entre la direction du Soleil OQ et la direction du zénith OZ.

On exprime le produit scalaire $\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OZ}$ de deux façons différentes en attribuant la valeur unité aux rayons $OQ = OZ$. Tous calculs faits, on obtient (voir annexe 1) :

$$\sinh = \sin\delta * \sin\varphi + \cos\delta * \cos\varphi * \cos H \quad (2)$$

L'expression (2) peut paraître complexe, elle est en réalité très simple à utiliser : la latitude φ est constante pour un lieu donné, et on peut aussi considérer la déclinaison comme étant constante sur la durée d'une journée⁵. Finalement la seule variable de l'expression (2) est l'angle horaire du Soleil.

1.5 Angle d'incidence.

Il s'agit ici de se faire une idée de l'influence de l'angle d'incidence sur l'éclairement direct . On considère le vecteur $\vec{I}_0$ dans le même plan que le méridien de l'observateur (figure 8).

L'angle d'incidence β est l'angle compris entre le vecteur $\vec{I}_0$ représentatif de l'irradiance solaire totale (improprement dénommée constante solaire) et la normale $\vec{n}$ au plan horizontal local.

⁵ La déclinaison varie de 0,26 ° par jour si l'on prend pour hypothèse un mouvement de révolution circulaire uniforme. de la Terre autour du Soleil.

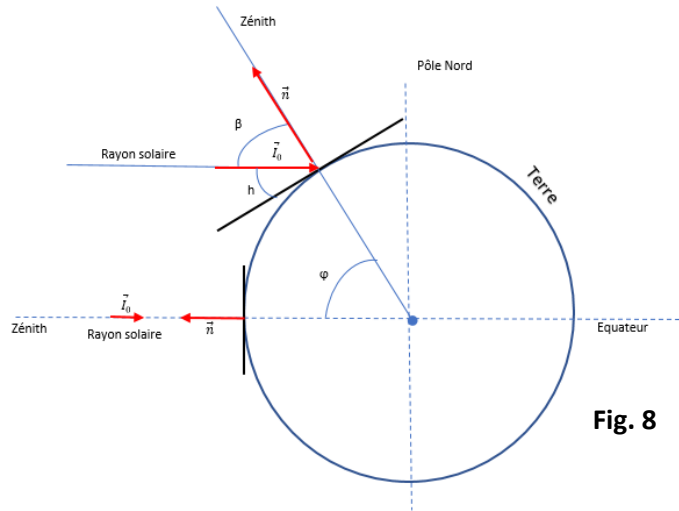
Lorsque β vaut $1d$, le vecteur $\vec{I}_0$ est dans le plan horizontal, pour $\beta = 0$ les vecteurs $\vec{I}_0$ et $\vec{n}$ ont la même direction.

Ceci étant dit, nous poserons l'hypothèse suivante :

Nous considérerons dans ce document l'atmosphère transparente aux rayonnements solaires (absorption nulle).

Nous voyons d'emblée sur la figure 8 que :

$$1d = h + \beta \quad (3)$$



Nous avons vu plus haut que h est la hauteur du Soleil. Dans le cas où le vecteur $\vec{I}_0$ est dans le plan du cercle de rayon R , la formule (1) s'applique. En incluant dans celle-ci l'expression (3) on obtient :

$$\beta = \varphi - \delta \quad (4)$$

L'éclairement direct est déterminé en calculant le produit scalaire des vecteurs $\vec{I}_0$ et $\vec{n}$ soit :

$$E_d = |\vec{I}_0| |\vec{n}| \cos(\varphi - \delta) \quad (5)$$

ou encore:

$$E_d = I_0 \cos(\varphi - \delta) \quad (6)$$

Nous pouvons généraliser l'expression (6) et calculer l'éclairement direct pour n'importe quelle heure de la journée. Nous utilisons dans ce cas l'expression (2) que nous introduisons dans (3) :

$$1d = \arcsin(\sin\delta * \sin\varphi + \cos\delta * \cos\varphi * \cos H) + \beta$$

$$\beta = 1d - \arcsin(\sin\delta * \sin\varphi + \cos\delta * \cos\varphi * \cos H)$$

Finalement :

$$E_d = I_0 \cos[1d - \arcsin(\sin\delta * \sin\varphi + \cos\delta * \cos\varphi * \cos H)] \quad (7)$$

Soit :

$$E_d = I_0 (\sin\delta * \sin\varphi + \cos\delta * \cos\varphi * \cos H) \quad (7')$$

La formule (7') est l'expression générale de l'éclairement direct dû à l'angle d'incidence du rayonnement solaire toutes choses étant égales par ailleurs.

L'éclairement direct est une fonction de δ ; φ et H , ce que nous pouvons écrire sous la forme :

$$E_d = f(\varphi, \delta, H)$$

Or, δ et H sont des fonctions du temps, représentatifs respectivement du mouvement de révolution de la Terre autour du Soleil et du mouvement diurne de notre planète autour de son axe.

Ainsi chaque point éclairé de la surface de la Terre a un éclairement direct qui dépend de la latitude, de l'angle horaire du Soleil et de l'époque de l'année.

Une interrogation surgit immédiatement, peut-on considérer le système Terre en équilibre thermique ? le raisonnement ci-dessus met à mal cette hypothèse. La Terre ne subit-elle pas plutôt une succession de régimes transitoires sans jamais atteindre un quelconque régime permanent ?

Cette thèse est renforcée par la trajectoire de nature elliptique de la Terre autour du Soleil.

Le vecteur flux d'énergie provenant de notre étoile varie constamment, tant en intensité qu'en direction.

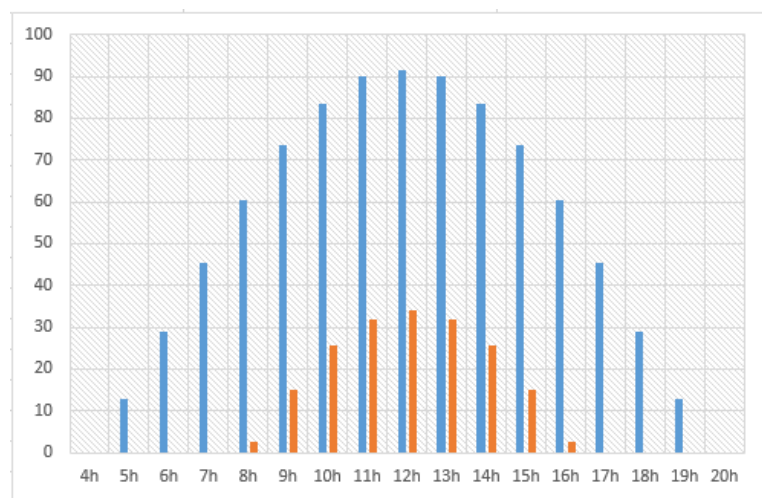
Illustrons la formule (7') par deux exemples en considérant le solstice d'été pour l'un (à gauche) et le solstice d'hiver pour l'autre (à droite) pour une latitude de $\pm 47^\circ$

Heure solaire vraie	Rapport E_d/I_0 en %
4h	0
5h	12,8
6h	29
7h	45,3
8h	60,5
9h	73,5
10h	83,6
11h	89,9
12h	91,6
13h	89,9
14h	83,6
15h	73,5
16h	60,5
17h	45,3
18h	29
19h	12,8
20h	0

Eclairement direct au solstice d'été $\pm 47^\circ$

Heure solaire vraie	Rapport E_d/I_0 en %
7h	0
8h	2,5
9h	15,1
10h	25,6
11h	31,9
12h	34
13h	31,9
14h	25,6
15h	15,1
16h	2,5
17h	0

Eclairement direct au solstice d'hiver $\pm 47^\circ$



Eclairements directs aux solstices à $\pm 47^\circ$ de latitude

Ces exemples nécessitent quelques explications. A une latitude de $\pm 47^\circ$ la durée de la journée au solstice d'été est approximativement de 16h, tandis que celle de la nuit est de 8h et inversement au solstice d'hiver. Les valeurs à zéro indiquent que le Soleil est sous l'horizon, par exemple qu'il n'est pas levé à 4h du matin au solstice d'été et couché à 20h. On remarquera la symétrie des valeurs numériques, l'axe Nord-Sud est en effet un axe de symétrie du plan horizontal local. Les histogrammes mettent en évidence les variations de l'éclairement direct en fonction de l'heure de la journée. On notera que l'amplitude de ces variations est plus grande au solstice d'été qu'à celui d'hiver.

Nous venons de voir l'influence du mouvement diurne sur l'éclairement direct, nous allons maintenant étudier l'influence de la latitude et de la déclinaison du Soleil sur celui-ci en maintenant constant l'angle horaire. Afin de simplifier les calculs, nous prendrons $H=0$ c'est l'instant du passage du Soleil au méridien, c'est aussi à cette époque que le Soleil culmine pour une journée donnée. Nous nous contenterons de faire l'analyse pour l'hémisphère Nord sachant que le raisonnement est similaire pour l'hémisphère Sud. Nous le diviserons en trois zones, dénommées respectivement régions polaire, tempérée et tropicale. Chacune de ces régions sont séparées par des latitudes remarquables.

2.1 Région polaire Arctique ($66,6^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$)

2.1.1 Pôle Nord.

La latitude du Pôle Nord est de 90° , (notons que la longitude est indéterminée) considérons le cas du solstice d'été, la déclinaison du Soleil est de $\delta = 23,4^\circ$ (voir annexe 3). Calculons la hauteur du Soleil lors du passage au méridien, pour ce faire nous utilisons la formule (1) :

$$h = 90 - (90 - 23,4) = 23,4^\circ$$

Pour sa part l'éclairement direct vaut :

$$\frac{E_d}{I_0} = \cos(90 - 23,4) = 0,397 \text{ soit } 39,7 \% \text{ de l'irradiance solaire totale}$$

Recherchons maintenant pour quelle valeur de la déclinaison du Soleil la hauteur s'annule lors du passage au méridien. Nous posons :

$$1d - (\varphi - \delta) = 0$$

Avec $\varphi=90^\circ$ nous trouvons $\delta=0$. Nous en concluons :

De l'équinoxe de printemps à l'équinoxe d'automne $h \geq 0$. De l'équinoxe d'automne à l'équinoxe de printemps de l'année suivante $h \leq 0$. L' éclairement direct est toujours inférieur ou égal à 39,7% de l'irradiance solaire totale au pôle Nord.

2.1.2 Cercle polaire arctique.

La latitude du cercle arctique est de $66,6^\circ$. Précisons que la latitude du cercle arctique est l'angle complémentaire de celui formé par l'axe de rotation de la Terre et la perpendiculaire à l'écliptique. Un calcul tout à fait similaire à celui-ci-dessus indique que le jour du solstice d'été la hauteur du Soleil est de $46,8^\circ$ lors du passage au méridien. L'éclairement direct correspond est de 72,9%. La hauteur est nulle lorsque la déclinaison est égale à $-23,4^\circ$ c'est-à-dire lors du solstice d'hiver. En conséquence :

Dans la région polaire l'éclairement direct est toujours inférieur à 72,9%. Cette valeur n'est atteinte qu'à la latitude du cercle arctique le jour du solstice d'été à midi solaire vrai.

2.2 Région tempérée ($23,4^\circ \leq \varphi \leq 66,6^\circ$)

2.2.1 Tropique du Cancer

La latitude du Tropique du Cancer est de $23,4^\circ$. Lors du solstice d'été la hauteur du Soleil est de 90° à midi solaire vrai, c'est-à-dire au zénith. Selon nos conventions l'éclairement direct est égal à l'irradiance solaire totale.

Au solstice d'hiver la hauteur est de $43,2^\circ$ lors du passage au méridien, l'albédo local est de 68,5%

Dans la région tempérée l'éclairement direct varie de 100 % lors du solstice d'été à midi solaire vrai sur le Tropique du Cancer à 0 lors du solstice d'hiver sur le cercle arctique.

2.3 Région tropicale ($0 \leq \varphi \leq 23,4^\circ$)

2.3.1 Equateur

La latitude à l'équateur est nulle. Si nous appliquons la formule (1) dans le cas du solstice d'été nous trouvons une valeur de $113,4^\circ$, c'est-à-dire une valeur supérieure à la hauteur zénithale qui est de 90° . Comment interpréter ce résultat ? En fait ce jour-là, le Soleil à midi solaire vrai, est dans la direction du Nord. La hauteur réelle est l'angle supplémentaire de $113,4^\circ$ soit $66,6^\circ$. L'éclairement direct est de 91,8%.

Au solstice d'hiver, la hauteur du Soleil est aussi de $66,6^\circ$ au passage du méridien mais il indique la direction du Sud. Comme précédemment, l'éclairement direct est de 91,8%.

Aux équinoxes la déclinaison du Soleil est nulle, on en déduit que le Soleil est au zénith lors du passage au méridien. L'éclairement direct est égal à l'irradiance solaire totale selon nos conventions.

Dans la région tropicale, l'éclairement direct est toujours supérieur à 68,5%, valeur atteinte le jour du solstice d'hiver sur le tropique du Cancer à midi solaire vrai.

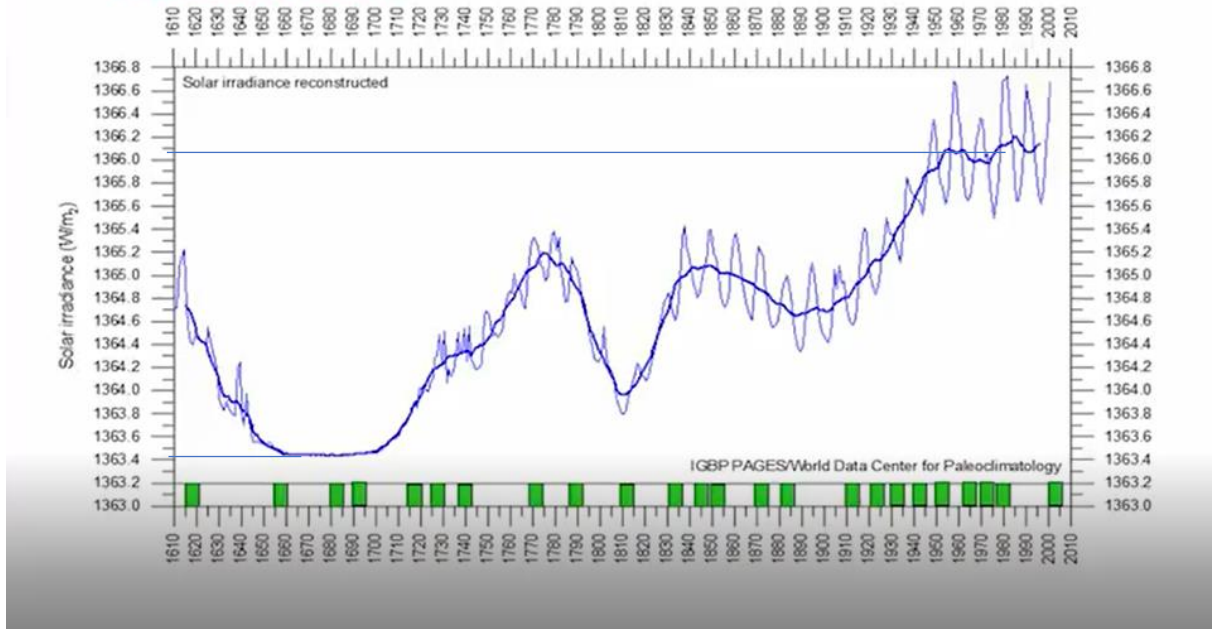
3.1 L'irradiance solaire totale. Variations.

Les climatologues considèrent souvent les variations de l'irradiance solaire comme étant un facteur négligeable ayant peu d'influence sur le climat. Cette hypothèse est probablement juste si l'on considère le cycle de Schwabe dont la durée varie entre 8 et 13 ans. Les mesures satellitaires montrent que le rayonnement varie peu (mais il varie, on observe une corrélation entre le nombre de Wolf et l'intensité de l'irradiance) mais, surtout, la constante de temps thermique du système Terre est beaucoup plus grande que la période moyenne de 11 ans du cycle de Schwabe. Tout se passe comme si ce signal "haute-fréquence" était filtrée par le système Terre, celui-ci se comportant comme un filtre passe-bas.

Mais nous savons qu'il existe des cycles de durées beaucoup plus longues comme par exemple le cycle de De Vries qui vient se superposer au cycle de Schwabe et affecte l'amplitude de celui-ci. Selon les astrophysiciens, ce cycle de longue durée pourrait être dû à la variation de la distance entre le centre du Soleil et le centre de masse du Système solaire.

En novembre 2018, lors de sa conférence à Londres intitulée " The Solar Magnet Field and the Terrestrial Climate" l'astrophysicienne Valentina Zharkova présenta la courbe ci-dessous :

Solar irradiance during Maunder Minimum



Selon cette reconstruction, l'irradiance totale varie approximativement de $2,7 W \cdot m^{-2}$ entre le minimum et le maximum.

De son côté, l'astrophysicien russe Habibullo Abdussamatov a modélisé l'évolution de l'intensité du rayonnement solaire pour les prochaines décades :

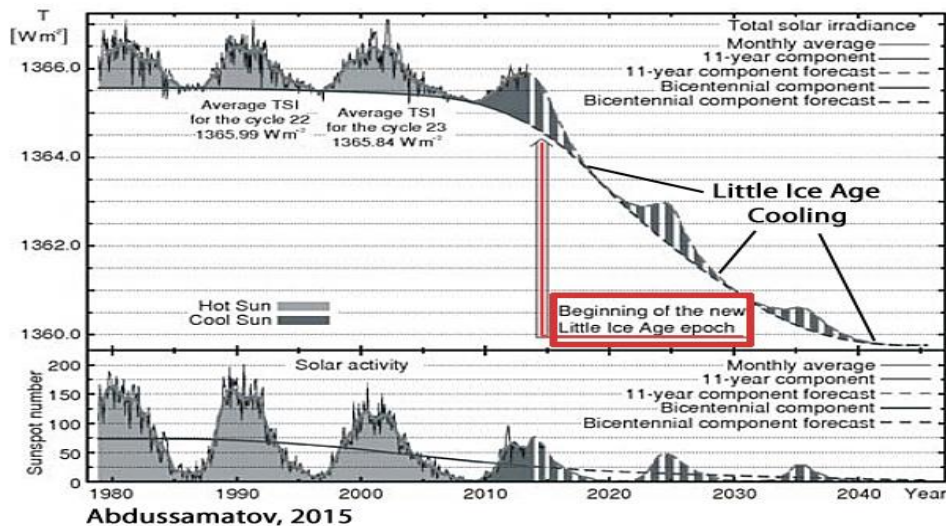


Figure 1. Cyclic variations of the TSI (data are taken from [14]) and sunspot number (data are taken from [15]) are synchronized and inter-correlated in both phase and amplitude, the hot Sun is marked by gray and the cool Sun is marked by black. The arrow indicates the beginning of the new Little Ice Age epoch

Précisons que depuis l'avènement de la technologie spatiale, nous n'avons pas connu de grand minimum solaire. Les prochaines décades seront riches d'enseignements et permettront de vérifier les théories de Zharkova et Abdussamatov.

Il est de coutume d'appliquer le coefficient $\frac{7}{40}$ à l'énergie du rayonnement solaire en limite d'atmosphère pour déterminer la valeur du rayonnement solaire moyen irradiant le système Terre. On obtient :

$$I_0^* = 1360 * \frac{7}{40} = 238 \text{ W.m}^{-2}$$

Evidemment, dans le cas de variation de l'irradiation solaire totale on applique le même coefficient :

$$\Delta I_0^* = \Delta I_0 * \frac{7}{40}$$

Ce qui amène souvent à négliger ces variations.

Or nous l'avons vu, ces variations sont d'autant mieux répercutées⁶ dans la zone intertropicale, qui couvre 40 % de la surface terrestre, que l'on s'approche de l'équateur. Nous sommes bien loin du rapport $\frac{7}{40}$. Dans ces conditions peut-on réellement négliger les variations du rayonnement solaire ? En procédant à des moyennes et en globalisant, ne masque-t-on pas des phénomènes locaux ayant pour certains une influence déterminante dans l'évolution des climats terrestres ? la question est posée.

Juin 2019
Thierry Piou.

Annexe 1 : Calcul de la hauteur d'un astre.

Annexe 2 : Calcul de l'éclairement direct d'une surface.

Annexe 3 : Méthode pour déterminer la déclinaison du Soleil et Table de déclinaison

⁶ Toujours selon les hypothèses retenues.

Annexe 1 : Calcul de la hauteur d'un astre.

Nous reprenons la figure 7 du document :

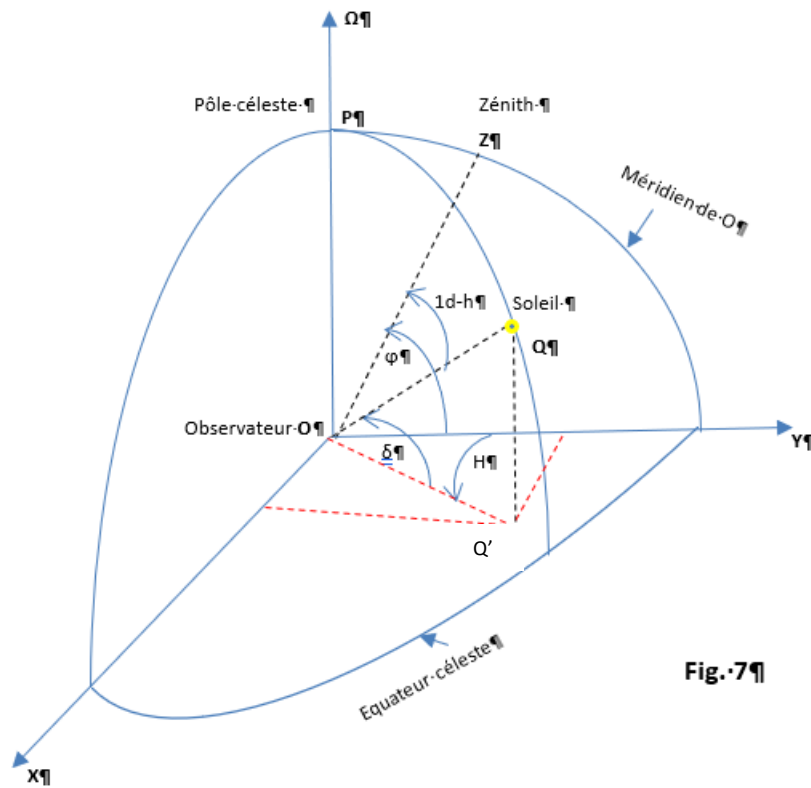


Fig. 7

Le plan de référence est celui de l'équateur céleste.

Le point P est le pôle Nord céleste. La direction OP est l'axe du monde, pour l'observateur l'ensemble des étoiles semblent tourner autour de cet axe. L'équateur céleste est le plan perpendiculaire à l'axe OP et passant par O. La direction OZ est la verticale du plan horizontal céleste (non représenté ici) passant par O. Elle coupe la voûte céleste en un point Z que l'on appelle le zénith. Le méridien céleste est le grand cercle sur O passant par le zénith et le pôle céleste.

La latitude φ est par définition l'angle compris entre le plan équatorial céleste et la verticale OZ. La déclinaison δ de l'astre (ici le Soleil) est l'angle entre le plan équatorial et le rayon solaire OQ. L'angle horaire H est l'angle compris entre le plan méridien OPZ et le plan OPQ contenant l'astre. L'astre culmine lorsque H est nul, il est alors dans le plan méridien céleste. Dans le cas particulier du Soleil il est alors midi solaire vrai. La hauteur h est l'angle compris entre le plan horizontal céleste et la direction OQ. L'angle entre OQ et OZ est le complément de l'angle h.

Nous allons maintenant exprimer le produit scalaire $\vec{OQ} \cdot \vec{OZ}$ de deux façons différentes en considérant unitaire les vecteurs $\vec{OQ}$ et $\vec{OZ}$, c'est-à-dire :

$$\|\vec{OQ}\| = \|\vec{OZ}\| = 1$$

Nous avons donc :

$$\vec{OQ} \cdot \vec{OZ} = \|\vec{OQ}\| \|\vec{OZ}\| * \cos\left(\frac{\pi}{2} - h\right) = \sin h \quad (A1.1)$$

Dans le repère $(\mathbf{O}, \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{\Omega})$, posons $\overrightarrow{OQ} \begin{pmatrix} x \\ y \\ \Omega \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OZ} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ \Omega' \end{pmatrix}$ le produit scalaire s'exprime par la

Relation :

$$\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OZ} = xx' + yy' + \Omega\Omega'$$

Il convient de maintenant de déterminer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{OQ}$ et $\overrightarrow{OZ}$. $\|\overrightarrow{OQ'}\|$ est la projection du vecteur $\overrightarrow{OQ}$ sur le plan XOY. Par définition, nous avons :

$$\|\overrightarrow{OQ'}\| = \|\overrightarrow{OQ}\| * \cos \delta = \cos \delta$$

Projetons le vecteur $\overrightarrow{OQ'}$ sur l'axe OX, il vient :

$$Ox = \|\overrightarrow{OQ'}\| * \cos\left(\frac{\pi}{2} - H\right) = \|\overrightarrow{OQ'}\| * \sin H$$

Soit,

$$Ox = \cos \delta * \sin H \quad (A1.2)$$

Projetons le vecteur $\overrightarrow{OQ'}$ sur l'axe OY, il vient :

$$Oy = \|\overrightarrow{OQ'}\| * \cos H$$

Soit,

$$Oy = \cos \delta * \cos H \quad (A1.3)$$

Projetons le vecteur $\overrightarrow{OQ}$ sur l'axe OΩ, nous avons :

$$O_{\Omega} = \|\overrightarrow{OQ}\| * \cos\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) = \sin \delta \quad (A1.4)$$

Finalement les composantes de l'astre dans le repère $(\mathbf{O}, \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{\Omega})$ sont les suivantes :

$$\overrightarrow{OQ} \begin{pmatrix} \cos \delta \sin H \\ \cos \delta \cos H \\ \sin \delta \end{pmatrix} \quad (A1.5)$$

Considérons maintenant le vecteur $\overrightarrow{OZ}$:

Celui-ci est dans le plan OYΩ, la projection du vecteur $\overrightarrow{OZ}$ sur l'axe OX est nulle, en conséquence :

$$Ox' = 0 \quad (A1.6)$$

La projection du vecteur $\overrightarrow{OZ}$ sur l'axe OY s'exprime par la relation :

$$Oy' = \|\overrightarrow{OZ}\| \cos \varphi = \cos \varphi \quad (A1.7)$$

La projection du vecteur $\overrightarrow{OZ}$ sur l'axe OΩ s'exprime de la façon suivante :

$$O_{\Omega'} = \|\overrightarrow{OZ}\| \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \sin \varphi \quad (A1.8)$$

Les composantes du vecteur $\overrightarrow{OZ}$ dans le repère $(\mathbf{O}, \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z})$ sont les suivantes :

$$\overrightarrow{OZ} \begin{pmatrix} 0 \\ \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix} \quad (A1.9)$$

Le produit scalaire $\overrightarrow{OQ} \overrightarrow{OZ}$ s'exprime donc de la manière suivante :

$$\overrightarrow{OQ} \overrightarrow{OZ} = \sinh = \cos\delta \sin H * 0 + \cos\delta \cos H \cos\varphi + \sin\delta \sin\varphi$$

Soit

$$\sinh = \sin\delta \sin\varphi + \cos\delta \cos H \cos\varphi \quad (A1.10)$$

qui est la formule recherchée.

Annexe 2 : Calcul de l'éclairement d'une surface plane élémentaire.

Ce développement est proposé à titre informatif. Il est d'un grand intérêt pratique.

1.1 Eclairement direct $E_d(i, \gamma)$

La puissance reçue par une surface plane élémentaire exposée au rayonnement solaire est appelée éclairement direct par opposition à l'éclairement diffus. Dans ce dernier cas le rayonnement provient du ciel ou bien du sol. Nous ne traiterons dans cette annexe que du cas de l'éclairement direct. Cet éclairement dépend bien sûr de l'orientation de la surface que nous appellerons ici capteur. Considérons la figure 1 :

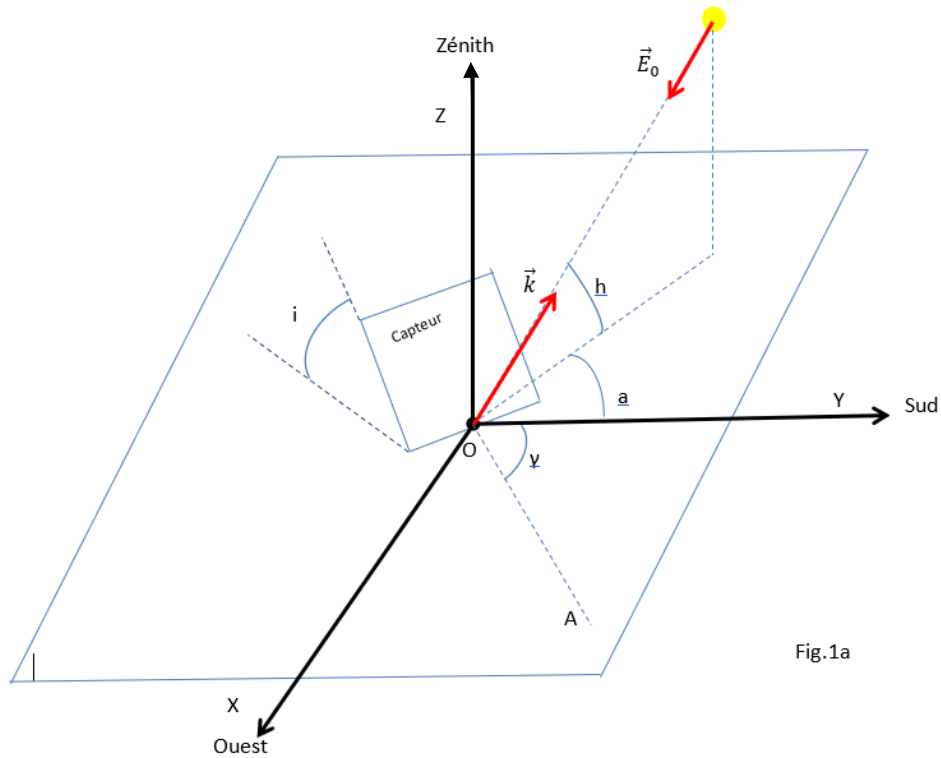


Fig.1a

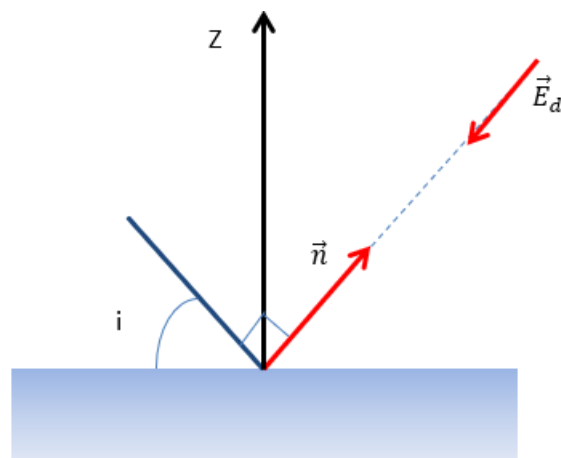


Fig.1b

Sur la figure 1 on trouve :

- i : inclinaison du capteur par rapport au plan horizontal.
- γ : angle de projection du vecteur normal $\vec{n}$ par rapport au Sud. Cette projection a la même direction que la demi-droite OA.
- h : hauteur du Soleil par rapport au plan horizontal.
- L'azimut " a " correspondant à l'angle que fait le plan du méridien local avec le plan vertical passant par le Soleil. L'azimut est compté négativement vers l'Est, positivement à l'Ouest et vaut zéro degré dans la direction du Sud.
- $\vec{k}$ est le vecteur unitaire donnant la direction du Soleil.

L'éclairement direct E_d est la composante normale au capteur de l'éclairement solaire E_0 .

L'expression de l'éclairement direct est donc :

$$E_d = E_0 \vec{n} \cdot \vec{k} \quad (A2.1)$$

où E_0 est l'éclairement solaire.

1.2 Recherche des composantes du vecteur $\vec{n}$ dans le repère (O, X, Y, Z).

On projette le vecteur normal $\vec{n}$ sur le plan OXY :

$$\|\vec{n}\| \cos\left(\frac{\pi}{2} - i\right) = \sin i$$

On projette ensuite le vecteur $\vec{n} \sin i$ sur les axes OX et OY, on obtient respectivement :

$$Ox = \sin i * \cos\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right) = \sin i \sin \gamma \quad (A2.2)$$

$$Oy = \sin i \cos \gamma \quad (A2.3)$$

On projette le vecteur $\vec{n}$ sur l'axe OZ, on obtient immédiatement,

$$Oz = \|\vec{n}\| \cos i = \cos i \quad (A2.4)$$

Les composantes du vecteur $\vec{n}$ dans le repère (O, X, Y, Z) sont les suivantes :

$$\vec{n} \begin{pmatrix} \sin i \sin \gamma \\ \sin i \cos \gamma \\ \cos i \end{pmatrix} \quad (A2.5)$$

1.3 Recherche des composantes du vecteur $\vec{k}$ dans le repère (O, X, Y, Z).

On projette cette fois-ci le vecteur $\vec{k}$ sur le plan OXY :

$$\|\vec{k}\| \cos h = \cos h$$

On projette ensuite le vecteur $\vec{k} \cos h$ sur les axes OX et OY :

$$Ox' = \cos h \cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \sin h \sin a \quad (A2.6)$$

$$Oy' = \cos h \cos a \quad (A2.7)$$

O projette le vecteur $\vec{k}$ sur l'axe OZ :

$$Oz' = \|\vec{k}\| \cos\left(\frac{\pi}{2} - h\right) = \sin h \quad (A2.8)$$

Les composantes du vecteur $\vec{k}$ dans le repère (O, X, Y, Z) sont les suivantes :

$$\vec{k} \begin{pmatrix} \cos h \sin a \\ \cos h \cos a \\ \sin h \end{pmatrix} \quad (A2.9)$$

1.4 Recherche du produit scalaire $\vec{n} \vec{k}$

$$\vec{n} \vec{k} = \sin \gamma \sin i \cos h \sin a + \sin i \cos \gamma \cos h \cos a + \cos i \sin h$$

On factorise $\sin i \cos h$:

$$\vec{n} \vec{k} = \sin i \cos h (\sin \gamma \sin a + \cos \gamma \cos a) + \cos i \sin h$$

On transforme les produits en somme :

$$\sin a \sin \gamma = \frac{1}{2} [\cos(a - \gamma) - \cos(a + \gamma)]$$

$$\cos a \cos \gamma = \frac{1}{2} [\cos(a + \gamma) + \cos(a - \gamma)]$$

$$\sin a \sin \gamma + \cos \gamma \cos a = \frac{1}{2} [2 \cos(a - \gamma)] = \cos(a - \gamma)$$

Il vient :

$$\vec{n} \vec{k} = \sin i \cos h \cos(a - \gamma) + \cos i \sin h$$

Finalement, on obtient :

$$E_d = E_0 [\sin i \cos h \cos(a - \gamma) + \cos i \sin h] \quad (A2.10)$$

1.5 Cas particuliers

La formule (A2.10) est la formule générale de l'éclairement direct. Elle peut dans certains cas se simplifier :

1.5.1 Le capteur est orienté au Sud ($\gamma=0$).

dans ce cas :

$$E_d = E_0 [\sin i \cos h \cos a + \cos i \sin h] \quad (A2.11)$$

1.5.2 Le capteur est horizontal ($i=0$)

$$E_d = E_0 \sin h \quad (A2.12)$$

C'est le cas de la surface d'eau d'une piscine de plein air.

1.5.3 Le capteur est vertical ($i = \frac{\pi}{2}$) orienté au Sud ($\gamma=0$).

$$E_d = E_0 \cos h \cos a \quad (A2.13)$$

Avec $-\frac{\pi}{2} < a < \frac{\pi}{2}$ c'est le cas d'une baie vitrée ou d'un mur.

Remarque :

La surface n'est éclairée que si l'inégalité suivante est vérifiée $\vec{n} \cdot \vec{k} > 0$, d'où $E_d > 0$. Quand la lumière est rasante on a $\vec{n} \cdot \vec{k} = 0$ et $E_d = 0$. Quand $\vec{n} \cdot \vec{k} < 0$, le Soleil éclaire inutilement le dos de la surface et l'on a $E_d = 0$.

Annexe 3 : Méthode pour déterminer la déclinaison du Soleil. Table de déclinaison

1.1 Etablissement de la formule de la déclinaison en fonction du temps.

On rappelle que la déclinaison du Soleil est l'angle que forment le plan équatorial et la direction du Soleil. (figure 1).

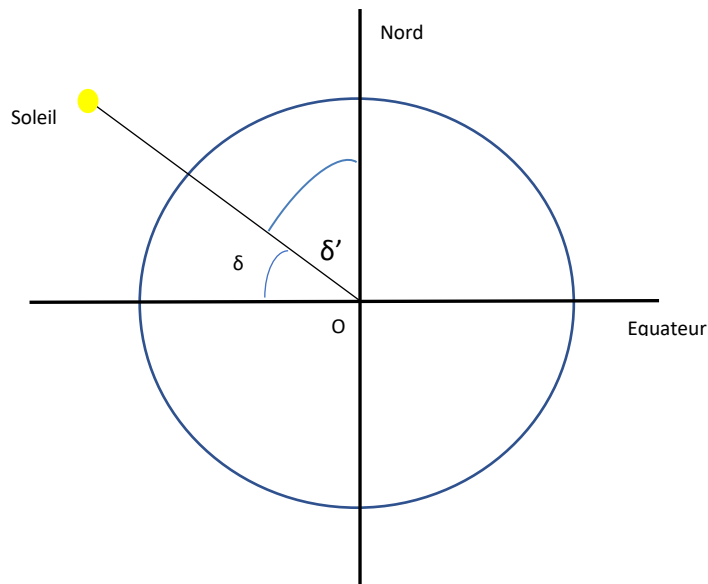


Fig.1

Il existe plusieurs méthodes pour calculer la déclinaison du Soleil. La première méthode se base sur l'hypothèse d'une orbite terrestre circulaire. C'est la méthode la plus simple, mais elle nécessite l'introduction de facteurs correctifs.

La seconde méthode, plus complexe, tient compte de l'ellipticité de la trajectoire de la Terre. Une troisième solution, obtenue par développement en séries de Fourier, a été proposée par Spencer en 1971. Les spécialistes considèrent cette méthode comme étant la plus précise.

Dans ce document, nous utiliserons la première méthode et nous prendrons donc comme hypothèse de travail une orbite terrestre circulaire.

On rappelle que la déclinaison δ du Soleil est l'angle que forment les plans équatorial et écliptique. Sur la figure 1. L'angle δ' est le complémentaire de l'angle δ , il est donc l'angle que fait le rayon OS avec l'axe des pôles ON.

L'axe ON garde une direction fixe dans l'espace. Si on se place du point de vue de la Terre, on peut considérer que S décrit un cercle autour de O. Au cours de l'année on peut exprimer l'angle δ' qui existe entre l'axe des pôles et la direction OS. (figure2).

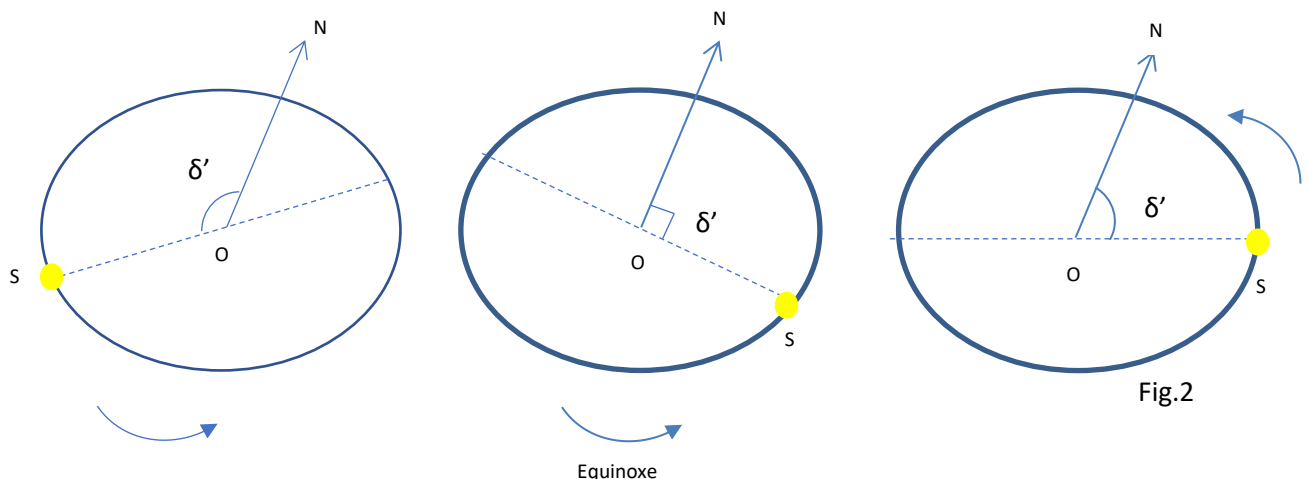


Fig.2

Plaçons-nous dans un repère orthonormé dont le plan de référence est l'écliptique. Les axes OXY sont dans le plan de l'écliptique. De son côté l'axe OZ est perpendiculaire à ce plan (figure 3). L'angle α correspond à l'obliquité de l'axe de rotation de la Terre par rapport au plan de l'écliptique. Cet angle est constant et vaut $23,4^\circ$.

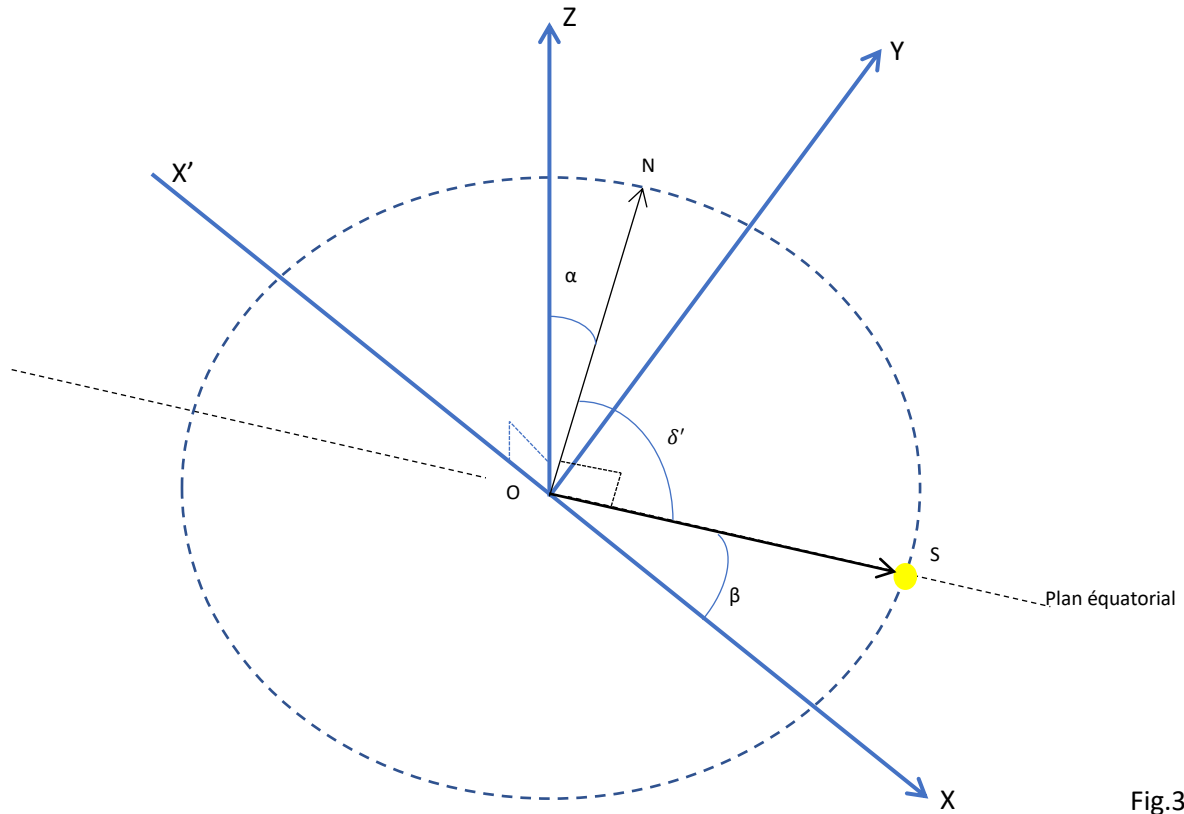


Fig.3

Afin de simplifier les calculs, nous allons considérer le cas du jour de l'équinoxe. Dans cette configuration l'axe des pôles est perpendiculaire à OX.
Nous prendrons comme hypothèse :

$$\|\overrightarrow{ON}\| = \|\overrightarrow{OS}\| = 1$$

$\overrightarrow{OS}$ est bien entendu dans le plan de l'écliptique. Cherchons le produit scalaire $\overrightarrow{OS} \cdot \overrightarrow{ON}$. Ce produit scalaire est égal au produit de la mesure algébrique de $\overrightarrow{OS}$ par la projection orthogonale de $\overrightarrow{ON}$ sur l'axe supportant $\overrightarrow{OS}$. Cette longue phrase se traduit par l'expression :

$$\overrightarrow{OS} \cdot \overrightarrow{ON} = \|\overrightarrow{ON}\| * \|\overrightarrow{OS}\| * \cos \delta' = \cos \delta'$$

Nous venons d'écrire le produit scalaire $\overrightarrow{OS} \cdot \overrightarrow{ON}$ sous sa forme géométrique, mais nous pouvons aussi l'exprimer sous sa forme cartésienne, posons :

$$\overrightarrow{ON} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{OS} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$$

Nous avons alors,

$$\overrightarrow{OS} \overrightarrow{ON} = xx' + yy' + zz'$$

Cherchons les composantes des vecteurs $\overrightarrow{ON}$ et $\overrightarrow{OS}$ dans le repère (O, X, Y, Z) . Commençons par rechercher la projection de $\overrightarrow{ON}$ sur l'axe OX (figure 4).

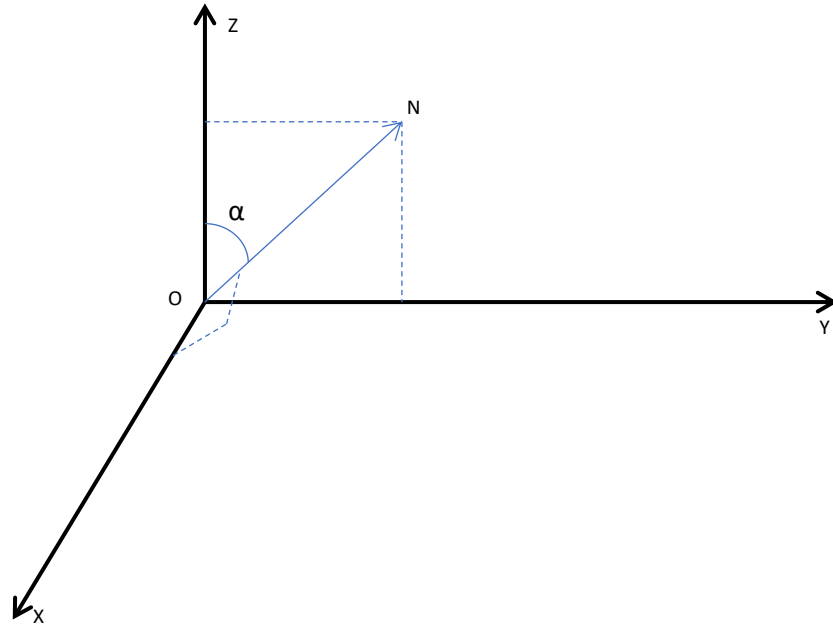


Fig.4

Commençons par rechercher la projection de $\overrightarrow{ON}$ sur l'axe OX. Par hypothèse OX et $\overrightarrow{ON}$ sont perpendiculaires, donc :

$$Proj_{OX} \overrightarrow{ON} = 0$$

Recherchons maintenant la projection du vecteur $\overrightarrow{ON}$ sur l'axe OY. Comme $\overrightarrow{ON}$ est perpendiculaire à OX, le vecteur $\overrightarrow{ON}$ est dans le plan YOZ, en conséquence :

$$Proj_{OY} \overrightarrow{ON} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

Cherchons maintenant la projection du vecteur $\overrightarrow{ON}$ sur l'axe OZ :

$$Proj_{OZ} \overrightarrow{ON} = \cos \alpha$$

En conséquence, les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{ON}$ dans le repère OXYZ sont les suivantes :

$$\overrightarrow{ON} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix}$$

Cherchons maintenant les composantes du vecteur $\overrightarrow{OS}$ dans le repère OXYZ. Le vecteur $\overrightarrow{OS}$ est dans le plan de l'écliptique (figure 5).

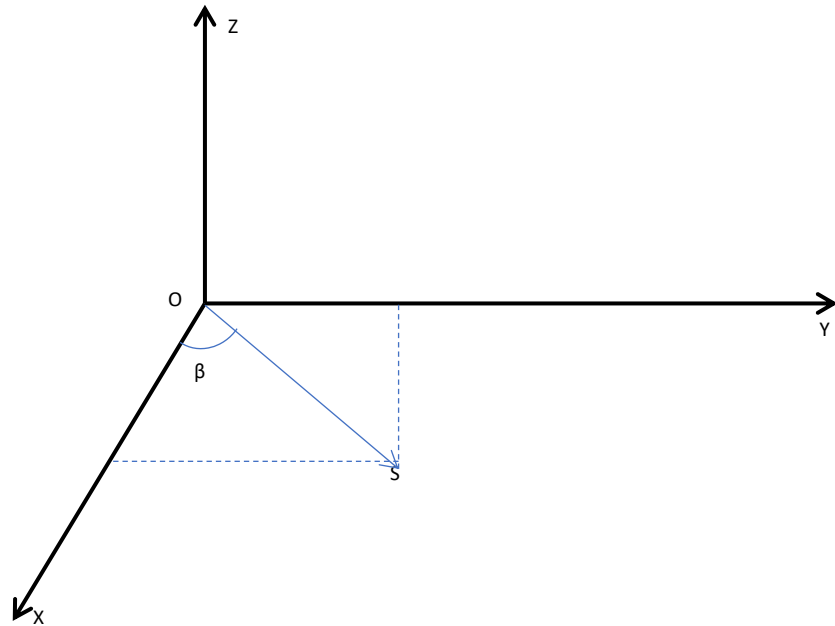


Fig.5

Cherchons la projection du vecteur $\overrightarrow{OS}$ sur l'axe OX :

$$Proj_{OX}\overrightarrow{OS} = \cos \beta$$

Cherchons maintenant la projection du vecteur $\overrightarrow{OS}$ sur l'axe OY :

$$Proj_{OY}\overrightarrow{OS} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \sin \beta$$

La projection du vecteur $\overrightarrow{OS}$ sur l'axe OZ est nulle, en conséquence les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OS}$ dans le repère OXYZ sont :

$$\overrightarrow{OS} = \begin{pmatrix} \cos \beta \\ \sin \beta \\ 0 \end{pmatrix}$$

D'où

$$\overrightarrow{OS} \cdot \overrightarrow{ON} = 0 * \cos \beta + \sin \alpha * \sin \beta + \cos \alpha * 0 = \sin \alpha * \sin \beta$$

Or nous avons vu que d'un point de vue géométrique

$$\overrightarrow{OS} \cdot \overrightarrow{ON} = \cos \delta'$$

Donc,

$$\sin \alpha \sin \beta = \cos \delta'$$

Exprimons δ' en fonction de δ :

$$\delta + \delta' = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \delta' = \frac{\pi}{2} - \delta$$

$$\cos \delta' = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) = \sin \delta$$

D'où finalement

$$\sin \delta = \sin \alpha \cos \beta$$

D'après nos hypothèses, vu de la Terre le Soleil tourne autour d'elle avec une vitesse angulaire ω constante égale à un tour en une année (donc égale à 360° en 360,25 jours) ; si on choisit de compter les durées t à partir de l'équinoxe de printemps on a $\beta = \omega t$. par ailleurs, l'angle α que fait l'axe des pôles avec OZ est constant et égal à $23,4^\circ$, il vient :

$$\sin \delta = \sin \alpha \cos \omega t \quad (A3.1)$$

1.2 Construction de la Table de déclinaison en fonction de la date.

Comme précisé en introduction, la formule (A3.1) ne peut être utilisée directement, la trajectoire du Soleil n'étant pas rigoureusement circulaire.

Tout d'abord, faisons évoluer la formule (A3.1) de la manière suivante :

$$\delta = \arcsin \left[\sin(23,45^\circ) * \cos \left(\frac{360}{365,242199} t \right) \right] \quad (A3.2)$$

Pour pouvoir utiliser la formule (A3.2), l'auteur a décidé d'inventer une année virtuelle dotée de deux origines temporelles : l'équinoxe de printemps et l'équinoxe d'automne. Dans le tableau ci-dessous, la 1^{ère} colonne est le numéro du jour considéré dans l'année civile, la 2^{ème} colonne la date du jour considéré, la 3^{ème} colonne est le numéro du jour considéré dans l'année virtuelle et enfin la 4^{ème} colonne est la déclinaison du Soleil à la date considérée.

Mais, même en procédant ainsi le décalage était important puisque l'équinoxe d'automne tombait le..... 19 septembre... ????

Il convenait de procéder autrement, puis l'idée vint d'utiliser les propriétés de symétrie de la sinusoïde, en effet la formule (A3.2) est une fonction sinusoïdale du temps.

Regardons la figure ci-dessous (figure6) qui représente la fonction $y = \sin x$

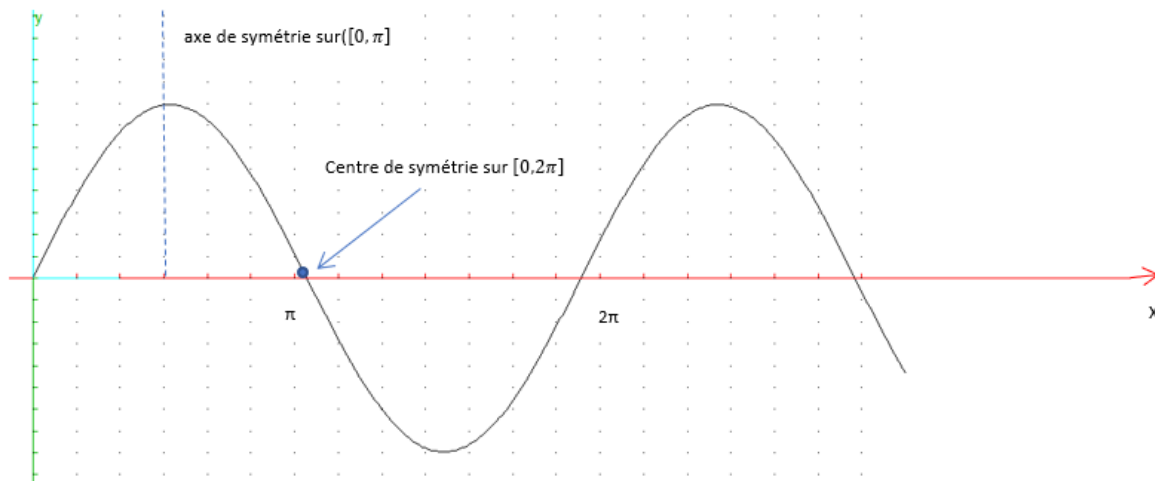


Fig.6

La sinusoïde $[0, 2\pi]$ a un centre de symétrie, en effet :

$$\sin(-x) = -\sin x$$

La demi-sinusoïde, elle, $[0, \pi]$ a un axe de symétrie :

$$\sin(x) = \sin(\pi - x)$$

Ainsi à l'aide des deux origines temporelles et des propriétés de symétries de la sinusoïde, j'ai considéré que la Terre effectuait une succession de quatre quarts de cercle indépendants autour du Soleil. J'évitais ainsi la cumulation des erreurs dues à la nature elliptique de la trajectoire de la Terre autour de notre étoile.

- Le premier quart s'étend du 21 mars au 22 juin. Pendant cette durée la sinusoïde est positive et croissante, les jours sont incrémentés de 0 (21 mars) à 93 (22 juin).
- Le second quart s'étend du 23 juin au 23 septembre. Pendant cette durée la sinusoïde est positive et décroissante les jours sont décrémentés de 92 (23 juin) à 0 (23 septembre).
- Le troisième quart s'étend du 24 septembre au 22 décembre. Pendant cette durée la sinusoïde négative et décroissante, les jours sont décrémentés de -1 à -89.
- Le dernier quart s'étend du 23 décembre au 20 mars. Pendant cette durée la sinusoïde est négative et croissante, les jours incrémentés de -88 à -1.

A partir de la formule (A3.2) et des propriétés de symétrie de la sinusoïde, on établit la table de déclinaison ci-dessous. Bien entendu, il ne faut pas rechercher la précision des éphémérides.

Table approximative de la déclinaison du Soleil.

n_{jj}	date	n_{vjj}	Déclinaison
1	01/01	-79	-22,89°
2	02/01	-78	-22,80°
3	03/01	-77	-22,70°
4	04/01	-76	-22,59°
5	05/01	-75	-22,48°
6	06/01	-74	-22,36°
7	07/01	-73	-22,23°
8	08/01	-72	-22,09°
9	09/01	-71	-21,95°
10	10/01	-70	-21,8°
11	11/01	-69	-21,65°
12	12/01	-68	-21,49°
13	13/01	-67	-21,32°
14	14/01	-66	-21,15°
15	15/01	-65	-20,95
16	16/01	-64	-20,78°
17	17/01	-63	-20,59°
18	18/01	-62	-20,39°
19	19/01	-61	-20,18°
20	20/01	-60	-19,97°
21	21/01	-59	-19,75°
22	22/01	-58	-19,53°
23	23/01	-57	-19,3°
24	24/01	-56	-19,07°
25	25/01	-55	-18,83°
26	26/01	-54	-18,56°
27	27/01	-53	-18,33°
28	28/01	-52	-18,08°
29	29/01	-51	-17,82°
30	30/01	-50	-17,55°
31	31/01	-49	-17,28°
32	01/02	-48	-17°
33	02/02	-47	-16,72°
34	03/02	-46	-16,44°
35	04/02	-45	-16,15°
36	05/02	-44	-15,85°
37	06/02	-43	-15,56°
38	07/02	-42	-15,25°
39	08/02	-41	-14,85°
40	09/02	-40	-14,63°
41	10/02	-39	-14,32°
42	11/02	-38	-14°

n_{jj}	date	n_{vjj}	Déclinaison
43	12/02	-37	-13,68°
44	13/02	-36	-13,35°
45	14/02	-35	-13,02
46	15/02	-34	-12,69°
47	16/02	-33	-12,35°
48	17/02	-32	-12,01°
49	18/02	-31	-11,67°
50	19/02	-30	-11,32°
51	20/02	-29	-10,97°
52	21/02	-28	-10,62°
53	22/02	-27	-10,26°
54	23/02	-26	-9,91°
55	24/02	-25	-9,55°
56	25/02	-24	-9,19°
57	26/02	-23	-8,82°
58	27/02	-22	-8,45°
59	28/02	-21	-8,08°
60	01/03	-20	-7,71°
61	02/03	-19	-7,34°
62	03/03	-18	-6,96°
63	04/03	-17	-6,59°
64	05/03	-16	-6,21°
65	06/03	-15	-5,83°
66	07/03	-14	-5,45°
67	08/03	-13	-5,06°
68	09/03	-12	-4,68°
69	10/03	-11	-4,29°
70	11/03	-10	-3,91°
71	12/03	-9	-3,52°
72	13/03	-8	-3,13°
73	14/03	-7	-2,74°
74	15/03	-6	-2,35°
75	16/03	-5	-1,96°
76	17/03	-4	-1,57°
77	18/03	-3	-1,18°
78	19/03	-2	-0,78°
79	20/03	-1	-0,39°
80	21/03	0	+0,0°
81	22/03	1	+0,39°
82	23/03	2	+0,78°
83	24/03	3	+1,18°
84	25/03	4	+1,57°
85	26/03	5	+1,96°
86	27/03	6	+2,35°
87	28/03	7	+2,74°

n_{jj}	date	n_{vjj}	Déclinaison
88	29/03	8	+3,13°
89	30/03	9	+3,52°
90	31/03	10	+3,91°
91	01/04	11	+4,30°
92	02/04	12	+4,68°
93	03/04	13	+5,06°
94	04/04	14	+5,44°
94	05/04	15	+5,83°
96	06/04	16	+6,21°
97	07/04	17	+6,59°
98	08/04	18	+6,96°
99	09/04	19	+7,34°
100	10/04	20	+7,71°
101	11/04	21	+8,08°
102	12/04	22	+8,45°
103	13/04	23	+8,83°
104	14/04	24	+9,19°
105	15/04	25	+9,55°
106	16/04	26	+9,91°
107	17/04	27	+10,27°
108	18/04	28	+10,62°
109	19/04	29	+10,97°
110	20/04	30	+11,32°
111	21/04	31	+11,67°
112	22/04	32	+12,01°
113	23/04	33	+12,35°
114	24/04	34	+12,69°
115	25/04	35	+13,02°
116	26/04	36	+13,35°
117	27/04	37	+13,68°
118	28/04	38	+14,00°
119	29/04	39	+14,32°
120	30/04	40	+14,64°
121	01/05	41	+14,95°
122	02/05	42	+15,26°
123	03/05	43	+15,56°
124	04/05	44	+15,86°
125	05/05	45	+16,15°
126	06/05	46	+16,44°
127	07/05	47	+16,73°
128	08/05	48	+17°
129	09/05	49	+17,28°
130	10/05	50	+17,55°
131	11/05	51	+17,82°
132	12/05	52	+18,08°

n_{jj}	date	n_{vjj}	Déclinaison
133	13/05	53	+18,34°
134	14/05	54	+18,59°
135	15/05	55	+18,83°
136	16/05	56	+19,07°
137	17/05	57	+19,31°
138	18/05	58	+19,53°
139	19/05	59	+19,76°
140	20/05	60	+19,97°
141	21/05	61	+20,18°
142	22/05	62	+20,39°
143	23/05	63	+20,59°
144	24/05	64	+20,78°
145	25/05	65	+20,97°
146	26/05	66	+21,15°
147	27/05	67	+21,32°
148	28/05	68	+21,49°
149	29/05	69	+21,65°
150	30/05	70	+21,81°
151	31/05	71	+21,96°
152	01/06	72	+22,10°
153	02/06	73	+22,23°
154	03/06	74	+22,36°
155	04/06	75	+22,48°
156	05/06	76	+22,60°
157	06/06	77	+22,70°
158	07/06	78	+22,80°
159	08/06	79	+22,89°
160	09/06	80	+22,98°
161	10/06	81	+23,06°
162	11/06	82	+23,13°
163	12/06	83	+23,20°
164	13/06	84	+23,25°
165	14/06	85	+23,30°
166	15/06	86	+23,34°
167	16/06	87	+23,38°
168	17/06	88	+23,41°
169	18/06	89	+23,43°
170	19/06	90	+23,44°
171	20/06	91	+23,44°
172	21/06	92	+23,45°
173	22/06	93	+23,43°
174	23/06	92	+23,45°
175	24/06	91	+23,45°
176	25/06	90	+23,44°
177	26/06	89	+23,43°

n_{jj}	date	n_{vjj}	Déclinaison
178	27/06	88	+23,41°
179	28/06	87	+23,38°
180	29/06	86	+23,35°
181	30/06	85	+23,30°
182	01/07	84	+23,25°
183	02/07	83	+23,20°
184	03/07	82	+23,13°
185	04/07	81	+23,06°
186	05/07	80	+22,98°
187	06/07	79	+22,89°
188	07/07	78	+22,80°
189	08/07	77	+22,70°
190	09/07	76	+22,59°
191	10/07	75	+22,48°
192	11/07	74	+22,36°
193	12/07	73	+22,23°
194	13/07	72	+22,10°
195	14/07	71	+21,96°
196	15/07	70	+21,81°
197	16/07	69	+21,65°
198	17/07	68	+21,49°
199	18/07	67	+21,32
200	19/07	66	+21,15°
201	20/07	65	+20,97°
202	21/07	64	+20,78°
203	22/07	63	+20,59°
204	23/07	62	+20,39°
205	24/07	61	+20,18°
206	25/07	60	+19,97°
207	26/07	59	+19,76°
208	27/07	58	+19,53°
209	28/07	57	+19,31°
210	29/07	56	+19,07°
211	30/07	55	+18,83°
212	31/07	54	+18,59°
213	01/08	53	+18,34°
214	02/08	52	+18,08°
215	03/08	51	+17,82°
216	04/08	50	+17,55°
217	05/08	49	+17,28°
218	06/08	48	+17,00°
219	07/08	47	+16,73°
220	08/08	46	+16,44°
221	09/08	45	+16,15°
222	10/08	44	+15,86°

n_{jj}	date	n_{vjj}	Déclinaison
223	11/08	43	+15,56°
224	12/08	42	+15,26°
225	13/08	41	+14,95°
226	14/08	40	+14,64°
227	15/08	39	+14,32°
228	16/08	38	+14,00°
229	17/08	37	+13,68°
230	18/08	36	+13,55°
231	19/08	35	+13,02°
232	20/08	34	+12,69°
233	21/08	33	+12,35°
234	22/08	32	+12,01°
235	23/08	31	+11,67°
236	24/08	30	+11,32°
237	25/08	29	+10,97°
238	26/08	28	+10,62°
239	27/08	27	+10,27°
240	28/08	26	+9,91°
241	29/08	25	+9,55°
242	30/08	24	+9,19°
243	31/08	23	+8,82°
244	01/09	22	+8,45°
245	02/09	21	+8,09°
246	03/09	20	+7,71°
247	04/09	19	+7,34°
248	05/09	18	+6,96°
249	06/09	17	+6,59°
250	07/09	16	+6,21°
251	08/09	15	+5,83°
252	09/09	14	+5,45°
253	10/09	13	+5,06°
254	11/09	12	+4,68°
255	12/09	11	+4,29°
256	13/09	10	+3,91°
257	14/09	9	+3,52°
258	15/09	8	+3,13°
259	16/09	7	+2,74°
260	17/09	6	+2,35°
261	18/09	5	+1,96°
262	19/09	4	+1,57°
263	20/09	3	+1,18°
264	21/09	2	+0,78°
265	22/09	1	+0,39°
266	23/09	0	0°
267	24/09	-1	-0,39°

n_{jj}	date	n_{vjj}	Déclinaison
268	25/09	-2	-0,78°
269	26/09	-3	-1,18°
270	27/09	-4	-1,57°
271	28/09	-5	-1,96°
272	29/09	-6	-2,35°
273	30/09	-7	-2,74°
274	01/10	-8	-3,13°
275	02/10	-9	-3,52°
276	03/10	-10	-3,91°
277	04/10	-11	-4,29°
278	05/10	-12	-4,68°
279	06/10	-13	-5,06°
280	07/10	-14	-5,45°
281	08/10	-15	-5,83°
282	09/10	-16	-6,21°
283	10/10	-17	-6,59°
284	11/10	-18	-6,96°
285	12/10	-19	-7,34°
286	13/10	-20	-7,71°
287	14/10	-21	-8,08°
288	15/10	-22	-8,45°
289	16/10	-23	-8,82°
290	17/10	-24	-9,19°
291	18/10	-25	-9,55°
292	19/10	-26	-9,91°
293	20/10	-27	-10,26°
294	21/10	-28	-10,62°
295	22/10	-29	-10,97°
296	23/10	-30	-11,32°
297	24/10	-31	-11,67°
298	25/10	-32	-12,01°
299	26/10	-33	-12,35°
300	27/10	-34	-12,69°
301	28/10	-35	-13,02°
302	29/10	-36	-13,35°
303	30/10	-37	-13,68°
304	31/10	-38	-14,00
305	01/11	-39	-14,32°
306	02/11	-40	-14,63°
307	03/11	-41	-14,95°
308	04/11	-42	-15,25°
309	05/11	-43	-15,56°
310	06/11	-44	-15,85°
311	07/11	-45	-16,15
312	08/11	-46	-16,44°

n_{jj}	date	n_{vjj}	Déclinaison
313	09/11	-47	-16,72°
314	10/11	-48	-17,00°
315	11/11	-49	-17,28°
316	12/11	-50	-17,55°
317	13/11	-51	-17,82°
318	14/11	-52	-18,08°
319	15/11	-53	-18,33°
320	16/11	-54	-18,58°
321	17/11	-55	-18,83°
322	18/11	-56	-19,07°
323	19/11	-57	-19,30°
324	20/11	-58	-19,53°
325	21/11	-59	-19,75°
326	22/11	-60	-19,97°
327	23/11	-61	-20,18°
328	24/11	-62	-20,39°
329	25/11	-63	-20,59°
330	26/11	-64	-20,78°
331	27/11	-65	-20,96°
332	28/11	-66	-21,15°
333	29/11	-67	-21,32°
334	30/11	-68	-21,49°
335	01/12	-69	-21,65°
336	02/12	-70	-21,8°
337	03/12	-71	-21,95°
338	04/12	-72	-22,09°
339	05/12	-73	-22,23°
340	06/12	-74	-22,36°
341	07/12	-75	-22,48°
342	08/12	-76	-22,59°
343	09/12	-77	-22,70°
344	10/12	-78	-22,80°
345	11/12	-79	-22,89°
346	12/12	-80	-22,98°
347	13/12	-81	-23,06°
348	14/12	-82	-23,13
349	15/12	-83	-23,19°
350	16/12	-84	-23,25°
351	17/12	-85	-23,30°
352	18/12	-86	-23,34°
353	19/12	-87	-23,38°
354	20/12	-88	-23,4°
355	21/12	-89	-23,43°
356	22/12	-89	-23,43°
357	23/12	-88	-23,4°

n_{jj}	date	n_{vjj}	Déclinaison
358	24/12	-87	-23,38°
359	25/12	-86	-23,34°
360	26/12	-85	-23,30°
361	27/12	-84	-23,25°
362	28/12	-83	-23,19°
363	29/12	-82	-23,13°
364	30/12	-81	-23,06°
365	31/12	-80	-22,98°