

Élévation du niveau de la mer par observations satellitaires. Décryptage.

Thierry Piou sociétaire du Club d'astronomie "Pêcheurs d'étoiles" La Baule

Introduction.

On se propose ici de décrypter un graphique, publié dans la presse, montrant l'élévation du niveau de la mer par mesures satellitaires. Nous commencerons par étudier les principales caractéristiques orbitales des satellites dédiés à ces mesures après un bref rappel sur les notions de champs gravitationnel et de pesanteur¹.

1.1 Champ de gravitation créé par une masse ponctuelle.

Il existe un champ gravitationnel \vec{G} en un point A de l'espace si une masse ponctuelle de valeur m est soumise en ce point à une force gravitationnelle \vec{F} (figure 1).

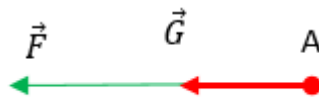


Fig.1

Par définition :

$$\vec{G} = \frac{\vec{F}}{m} \quad (1)$$

\vec{G} et \vec{F} ont toujours même direction et même sens. On voit que le scalaire de \vec{G} a la dimension d'une accélération.

Ici la masse m ne crée pas le champ gravitationnel étudié : il est créé par d'autres masses et m permet seulement de le révéler par la force gravitationnelle qu'elle subit. Soyons clair : ce champ gravitationnel existe même en l'absence de m.

On considère maintenant le champ gravitationnel créé au point A par une masse ponctuelle de valeur M située à la distance r. On étudie en A la force gravitationnelle subit par la masse ponctuelle m (figure 2).

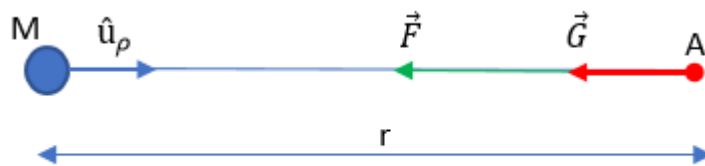


Fig.2

La force gravitationnelle \vec{F} est la force d'attraction universelle entre M et m.

$$\vec{F} = -\mathbf{G} \frac{m * M}{r^2} \hat{u}_\rho \quad (2)$$

Où \mathbf{G} est la constante de gravitation universelle : $[\mathbf{G}] = M^{-1}T^{-2}L^3$; $\mathbf{G} = 6,67 * 10^{-11} kg^{-1}s^{-2} m^3$

¹ Nous ne considérerons dans ce document que des référentiels inertiels.

d'autre part :

$$\vec{F} = m \vec{G} \quad (3)$$

Donc :

$$\vec{G} = -\frac{G * M}{r^2} \hat{u}_\rho \quad (4)$$

1.2 Champ de gravitation créé par une masse sphérique.

Tout objet matériel crée un champ gravitationnel. Son expression n'est simple que pour un objet à symétrie sphérique (figure 3).

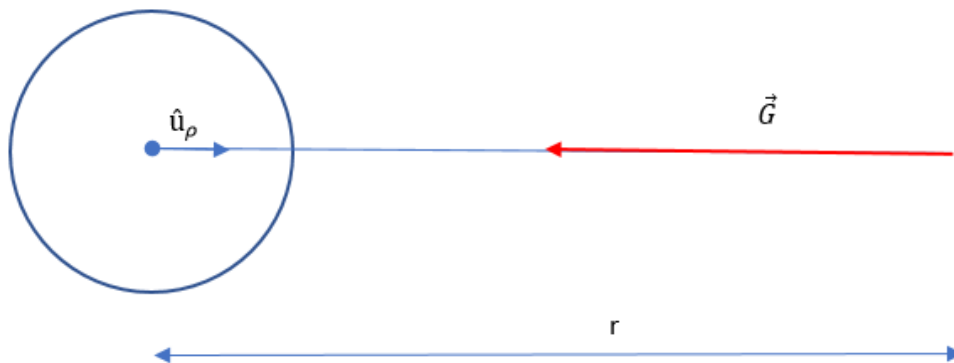


Fig.3

Pour étudier le champ gravitationnel d'un objet à symétrie sphérique, on le remplace en son centre par un point matériel où serait concentré toute sa masse M . On se ramène ainsi au cas du paragraphe 1.1.

Exemples :

Comparons les champs gravitationnels créés en un point de la surface de la Terre par le Soleil et la Lune.

Il s'agit d'une simple application numérique de l'expression (4) mais les résultats sont intéressants. Ainsi, en un point de la Terre, le champ gravitationnel créé par le Soleil est 170 fois plus grand que celui créé par la Lune, lui-même 80 fois plus faible que celui créé par la Terre en un point sur la Lune.

1.3 Champ gravitationnel d'une planète à un altitude h^2 .

On considère une planète de masse M et de rayon R comme un objet à symétrie sphérique et l'on étudie le champ gravitationnel qu'elle crée en un point A situé à l'altitude h (distance de A à la surface de la planète, figure 4).

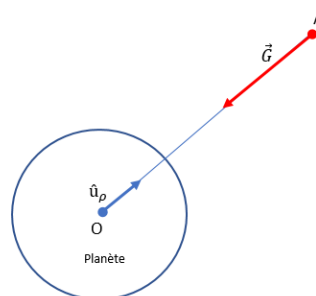


Fig.4

² On pourra se référer utilement au paragraphe 2 de ce [document](#)

Donc :

$$r = R + h \quad (5)$$

A l'altitude h :

$$G = -\frac{\mathbf{G} * M}{r^2} = -\frac{\mathbf{G} * M}{(R + h)^2} \quad (6)$$

Calculons le champ gravitationnel à la surface de la planète, noté G_0 :

$$G_0 = -\frac{\mathbf{G} * M}{R^2} \quad (7)$$

On effectue le rapport membre à membre de (6) et (7), le terme $\mathbf{G} * M$ disparaît :

$$\frac{G}{G_0} = \frac{R^2}{(R + h)^2} \quad \text{soit} \quad G = G_0 \frac{R^2}{(R + h)^2}$$

Ou encore en simplifiant par R^2 :

$$G = \frac{G_0}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2} \quad (8)$$

1.4 Le champ de pesanteur.

Le poids \vec{P} d'un corps en un lieu est proportionnel à sa masse :

$$\vec{P} = m \vec{g} \quad (9)$$

Le vecteur champ de pesanteur est donc défini par :

$$\vec{g} = \frac{\vec{P}}{m}$$

La figure 5 représente un corps de masse m à la distance $r = R + h$ du centre O de la Terre. : son poids et le champ de pesanteur sont colinéaires et de même sens.

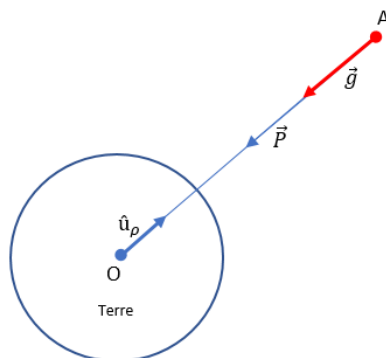


Fig.5

Nous avons donc :

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

et d'autre part, le champ gravitationnel de la Terre :

$$\vec{F} = m\vec{G} \quad (10)$$

donc comme $\vec{P} = \vec{F}$, nous obtenons :

$$\vec{g} = \vec{G}$$

Puisque nous pouvons confondre g et G , nous pouvons réécrire les expressions (7) et (8) :

$$g_0 = \frac{G * M}{R^2} \quad (11)$$

$$g = \frac{g_0}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2} \quad (12)$$

De la relation (11) on tire :

$$M = \frac{g_0 * R^2}{G} \quad (13)$$

Il s'agit d'un résultat tout à fait remarquable, puisque pour calculer la masse M de la Terre, il suffit de connaître g_0 (intensité de la pesanteur moyenne au niveau de la mer), R (rayon moyen de la Terre) et G .

2.1 Mouvement d'un satellite en orbite circulaire.

Depuis le 4 octobre 1957 de nombreux satellites artificiels gravitent autour de la Terre. Suivant la valeur de leur vitesse de lancement, leur trajectoire est elliptique ou circulaire. C'est ce dernier cas qui nous intéresse ici. (figure 6).

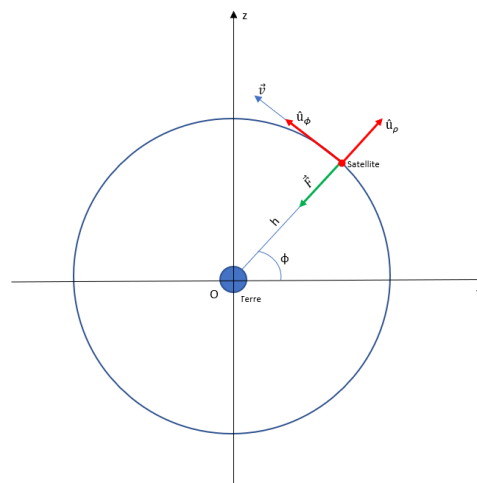


Fig.6

Le satellite de masse m parcourt son orbite de rayon $r = R + h$, où h est l'altitude du satellite, à la vitesse \vec{v} .

En dehors de l'atmosphère terrestre la seule force qu'il subit pratiquement est la force gravitationnelle \vec{F} de la Terre : elle est toujours dirigée vers son centre O.

Y et Z sont dirigés vers des étoiles fixes, OXY représente notre référentiel inertiel.

\vec{F} étant toujours dirigé vers O, nous sommes typiquement en présence d'un système à force centrale, nous avons :

$$\vec{F} = m * \vec{G} = m * \vec{g} \quad (14)$$

où \vec{g} est le champ de pesanteur à l'altitude h.

Nous savons que dans le système de coordonnées polaires³ [$\hat{u}_\rho, \hat{u}_\phi$] la vitesse et l'accélération du point matériel s'expriment par les relations :

$$\frac{d[\overrightarrow{OS}]}{dt} = \frac{d[\rho \hat{e}_\rho]}{dt} = \dot{\rho} \hat{e}_\rho + \rho \frac{d\hat{e}_\rho}{dt} = \dot{\rho} \hat{e}_\rho + \rho \dot{\phi} \hat{e}_\phi \quad (15)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} \overrightarrow{OS} = (\ddot{\rho} - \rho \dot{\phi}^2) \hat{e}_\rho + (2\dot{\rho} \dot{\phi} + \rho \ddot{\phi}) \hat{e}_\phi \quad (16)$$

Or ici nous sommes en présence de contraintes géométriques :

$$\rho = R + h = cst \Rightarrow \dot{\rho} = \ddot{\rho} = 0 \quad (17)$$

$$\dot{\phi} = \frac{2\pi}{T} = cst \Rightarrow \ddot{\phi} = 0 \quad (18)$$

où T est la période est de révolution du satellite. En tenant compte de ces contraintes, les expressions (15) et (16) deviennent :

$$\vec{v} = \rho \dot{\phi} \hat{e}_\phi = (R + h) \frac{2\pi}{T} \hat{e}_\phi \quad (19)$$

$$\vec{g} = -\rho \dot{\phi}^2 \hat{e}_\rho = -(R + h) \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \hat{e}_\rho \quad (20)$$

Ce qui donne les scalaires vitesse et accélération suivants :

$$v = (R + h) \frac{2\pi}{T} \quad (21)$$

$$g = (R + h) \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \quad (22)$$

Il est commode d'exprimer g en fonction de la vitesse :

$$g = (R + h) * \frac{v^2}{(R + h)^2} = \frac{v^2}{(R + h)} \quad (23)$$

Nous avons vu comment g varie avec l'altitude (4) : $g = \frac{G*M}{r^2} = \frac{G*M}{(R+h)^2}$

³ Voir ce [document](#)

Nous avons donc l'égalité suivante :

$$\frac{v^2}{(R+h)} = \frac{G * M}{(R+h)^2} \quad (24)$$

dont on déduit la vitesse du satellite :

$$v = \sqrt{\frac{G * M}{R+h}} \quad (25)$$

Résultat absolument remarquable là encore, puisque la vitesse est indépendante de la masse du satellite : c'est l'universalité de la chute libre.

La trajectoire du satellite étant circulaire, il est aisé d'exprimer sa vitesse en fonction de sa période de révolution :

$$v = \frac{2\pi}{T} * (R+h) \quad (26)$$

ce qui nous donne :

$$\frac{2\pi}{T} * (R+h) = \sqrt{\frac{G * M}{R+h}} \quad (27)$$

On déduit la période de révolution du satellite :

$$T = 2\pi \frac{(R+h)^{\frac{3}{2}}}{(GM)^{\frac{1}{2}}} \quad (28)$$

Remarque :

Elevons au carré l'expression (27) et posons $r = R + h$, il vient :

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{GM}{r^3} \quad (29)$$

ou encore :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \quad (30)$$

Le deuxième terme de cette relation ne dépend que de la masse de l'astre central. Il est bien constant pour tous les satellites gravitant autour de lui. C'est la troisième loi de Kepler.

3.1 Altimétrie satellitaire. Contexte.

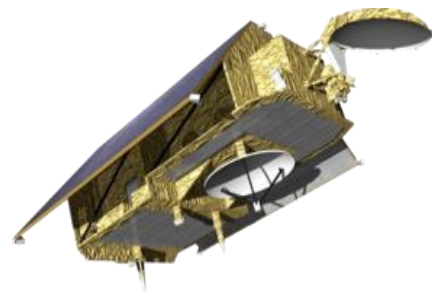
L'altimétrie satellitaire, c'est à dire la mesure de la hauteur instantanée de la mer à l'aide d'un radar embarqué à bord d'un satellite artificiel, fait ses premiers pas en 1973 dans le cadre du programme américain Skylab. De manière succincte, le principe est le suivant : le radar émet à une fréquence élevée une onde radio vers la surface de l'océan, une fraction du rayonnement est réfléchi vers

l'antenne du dispositif. La connaissance précise de la position du satellite et la mesure du temps d'aller-retour du signal permet de déduire le niveau de la mer par rapport à un référentiel théorique. Forte de cette expérience, la NASA lance en 1978 le satellite expérimental Seasat, engin spatial destiné à valider l'instrumentation capable de fournir des informations sur la topographie des océans.



Le satellite Seasat. Son orbite quasi circulaire est héliosynchrone. L'inclinaison sur le plan équatorial est de 108°, son altitude est de 800 km.

Las... suite à une avarie électrique, le satellite devient inopérant 105 jours après son lancement. En 1981, le CNES étudie l'ajout d'un altimètre baptisé Poséidon au futur satellite de télédétection optique SPOT. A la même époque, la NASA envisage de donner une suite au programme Seasat mais ne dispose pas de crédits suffisants pour développer le satellite TOPEX⁴. En 1983, les deux agences entament des discussions pour mettre en commun leur projet, finalement le satellite franco-américain sera lancé par le lanceur Ariane 4 en 1992, la mission durera 13 ans. La série JASON succèdera à TOPEX/Poseidon, trois satellites seront mis en orbite respectivement en 2001 (Jason 1), 2008 (Jason 2) et 2016 (Jason 3). Cette famille est aujourd'hui remplacée par le satellite Sentinel-6A⁵ lancé le 21 novembre 2020 par le lanceur Falcon 9 de la société Space X. Développé par l'ESA, ce satellite fait partie intégrante du programme européen de surveillance de la Terre, Copernicus.



De gauche à droite : TOPEX/Poséidon, Jason, Sentinel-6A. L'orbite est quasi circulaire à 1336 km d'altitude, l'inclinaison de l'orbite sur le plan équatorial est de 66°.

⁴ A cette époque débutait les lancements des navettes spatiales, programme qui engloutissait l'essentiel du budget de la NASA.

⁵ Sentinel-6A embarque une quantité suffisante de propergol pour assurer les indispensables corrections d'orbites ainsi que la désorbitation du satellite en fin de mission. Une bonne pratique.

4.1 Orbitographie des satellites TOPEX/Poséidon, Jason et Sentinel-série 6.

L'orbite des satellites est choisie de façon à optimiser la répétition des mesures sur la plus grande partie possible de la surface terrestre. L'altitude moyenne de 1336 km est suffisamment élevée pour que le satellite ne soit plus perturbé par les molécules résiduelles de l'atmosphère, ni par les fluctuations du champ de pesanteur liées aux reliefs terrestres. La stabilité de l'orbite permet de situer avec précision la position du satellite et sa trace au sol. C'est sur ce dernier point que nous allons nous attarder maintenant. Nous ne cherchons pas ici la précision mais plus simplement à établir quelques principes fondamentaux.

Connaissant l'altitude des satellites, il est possible à l'aide de la relation (28) de calculer la période de révolution de ceux-ci :

$$T_s = 2\pi \frac{[(6,371 + 1,336) * 10^6]^{\frac{3}{2}}}{(6,67 * 10^{-11} * 5,972 * 10^{24})^{\frac{1}{2}}} = 6763s \Leftrightarrow 112,26 mn \quad (31)$$

Où

Rayon de la Terre : 6371 km

Constante de gravitation universelle : $6,67 * 10^{-11} kg^{-1}s^{-2} m^3$

Masse de la Terre : $5,972 * 10^{24} kg$

Nous considérerons, tenant compte des incertitudes dues notamment à l'altitude du satellite, l'intervalle suivant :

$$111 \leq T_s \leq 113 mn$$

4.2 Trace au sol à l'équateur.

L'orbite des satellites est circulaire, son plan est incliné de 66° sur le plan équatorial, ce qui permet de balayer une large zone de la surface terrestre comprise entre les latitudes de $+66^\circ$ et -66° . Ces deux parallèles sont donc tangents à la trace au sol des satellites. On en conclut que les calottes polaires Arctique et Antarctique ne sont pas arpentées.

L'année julienne, dénommée "a" par les astronomes, comporte 365 j trois années sur quatre et 366 j une année sur quatre quand les deux derniers chiffres de la date sont divisibles par 4. L'année julienne vaut donc 365,25 j

Le jour solaire moyen dénoté "j" a une durée de 86400 s

Le jour sidéral est défini comme étant la durée d'un tour de la Terre sur elle-même, repéré par rapport aux étoiles lointaines⁶, soit environ :

$$T_{sidéral} = j \frac{a}{a + 1} = \frac{365,25}{366,25} = 0,99727 j \quad (32)$$

La période de rotation des satellites étant comprises entre 111 et 113 minutes, à chaque tour leur trace verticale sur la surface terrestre est décalée. Voyons quel est ce décalage à l'équateur et pour cela reportons-nous à la figure 7. Le décalage de la trace s'exprime de la façon suivante :

$$\Delta_{équateur} = R\alpha = 2\pi R \frac{T_s}{T_{sidéral}} = 2\pi R T_s \frac{a + 1}{a} \quad (33)$$

Ce qui donne tout calcul fait l'encadrement suivant :

$$3094 \leq \Delta_{équateur} \leq 3149 km$$

⁶ Voir annexe

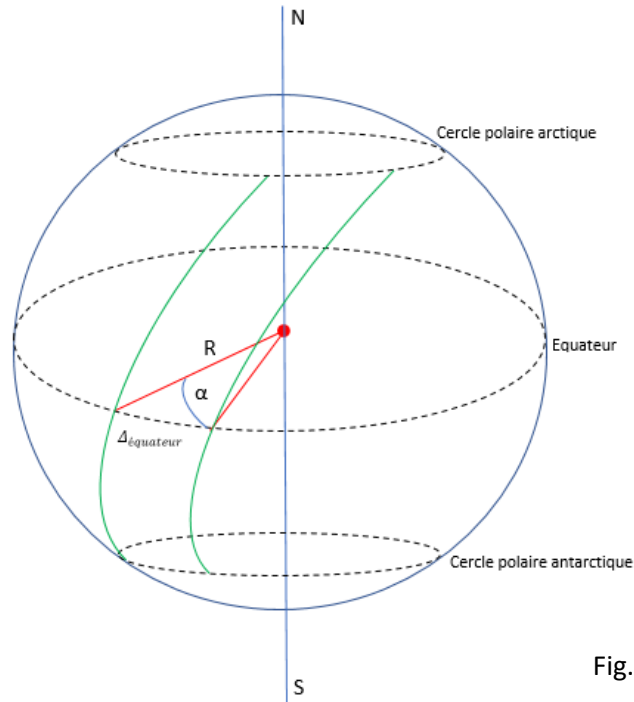


Fig.7

Sur une période d'un jour sidéral, le nombre de révolutions du satellite arpenteur est de :

$$Nb_{rév} = \frac{T_{sidéral}}{T_s} \quad (34)$$

Soit :

$$12,7 \leq Nb_{rév} \leq 12,94$$

Après 10 jours, l'écart entre deux traces à l'équateur devient:

$$309,4 \leq \Delta_{équateur}^{10} \leq 314,9 \text{ km}$$

La longueur de la circonférence terrestre à l'équateur vaut :

$$C_{équateur} = 2\pi * 6371 = 40030 \text{ km} \quad (35)$$

Par ailleurs :

$$314,9 * 10 * 12,7 = 39992 \text{ km} \quad (36)$$

$$309,4 * 10 * 12,94 = 40036 \text{ km} \quad (37)$$

Ainsi :

$$39992 \leq C_{équateur} \leq 40036 \text{ km}$$

L'orbite des satellites est finement ajustée de façon à ce qu'ils survolent le même point origine à l'équateur après 10 jours. Durant un cycle compris entre 127 et 130 révolutions, les mesures effectuées subissent un décalage compris entre 309 et 315 km. Ceci permet un bon échantillonnage temporel et spatial des mesures.

4.3 Généralisation. Trace au sol pour une latitude quelconque.

Dans un système de coordonnées sphériques⁷, les composantes du vecteur déplacement élémentaire $d\vec{l}$ d'un point quelconque sont les suivantes

$$d\vec{l} = \begin{pmatrix} dr \\ r d\theta \\ r \sin\theta d\phi \end{pmatrix}$$

où r est le rayon vecteur, θ l'angle polaire et ϕ la longitude de ce point.

Il nous faut tenir compte des contraintes géométriques, ici $r = R$, en conséquence la longueur de la circonférence d'un parallèle d'angle polaire θ s'exprime par l'intégrale suivante :

$$l = \int_0^{2\pi} r \sin\theta d\phi = 2\pi R \sin\theta = 2\pi R \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \quad (38)$$

Or l'angle $\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ n'est rien de moins que la latitude du point considéré. En posant $\varphi = \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$, nous obtenons :

$$l = 2\pi R \cos\varphi \quad (38)$$

Il est ainsi possible de généraliser l'expression (33) :

$$\Delta_{latitude} = 2\pi R \cos\varphi \frac{T_s}{T_{sidéral}} = 2\pi R \cos\varphi T_s \frac{a+1}{a} \quad (39)$$

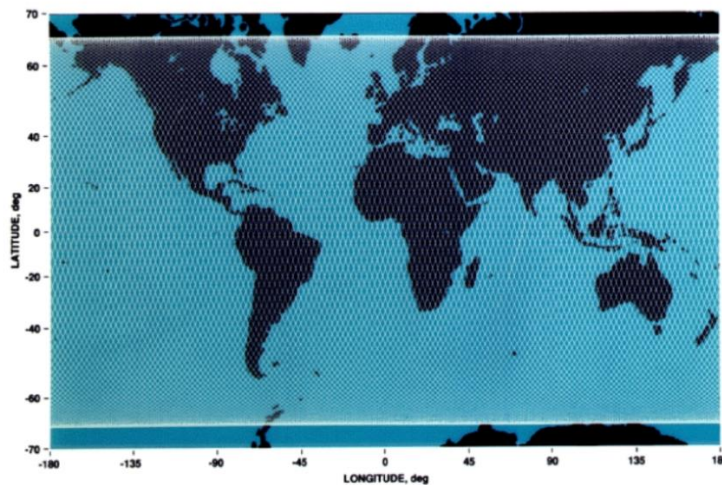
Ainsi, pour une latitude de $\pm 45^\circ$ et après une période de 10 jours, nous avons la double inégalité suivante :

$$218,8 \leq \Delta_{\pm 45^\circ}^{10} \leq 222,7 \text{ km}$$

Pour une latitude de $\pm 66^\circ$

$$125,6 \leq \Delta_{\pm 66^\circ}^{10} \leq 127,8 \text{ km}$$

Remarquons que pour $\varphi = 0$, nous retrouvons l'expression (33).



Légende originale : T/P, Jason-1 and OSTM/Jason-2 ground track coverage every 10 days

Fig.8

⁷ Voir l'annexe de ce [document](#)

5.1 Elévation du niveau des mers. Analyse d'un graphique. Décryptage.

Une première observation du graphique ci-dessous permet de faire plusieurs constats :

- La série satellitaire s'étend sur une durée de 27 ans.
- La tendance affichée (constante) ne correspond pas à la nature de la courbe d'approximation (non linéaire).
- Le graphique est la résultante de la concaténation de trois jeux de données distincts. Les deux premiers proviennent d'agences européennes et le dernier de la NOAA.

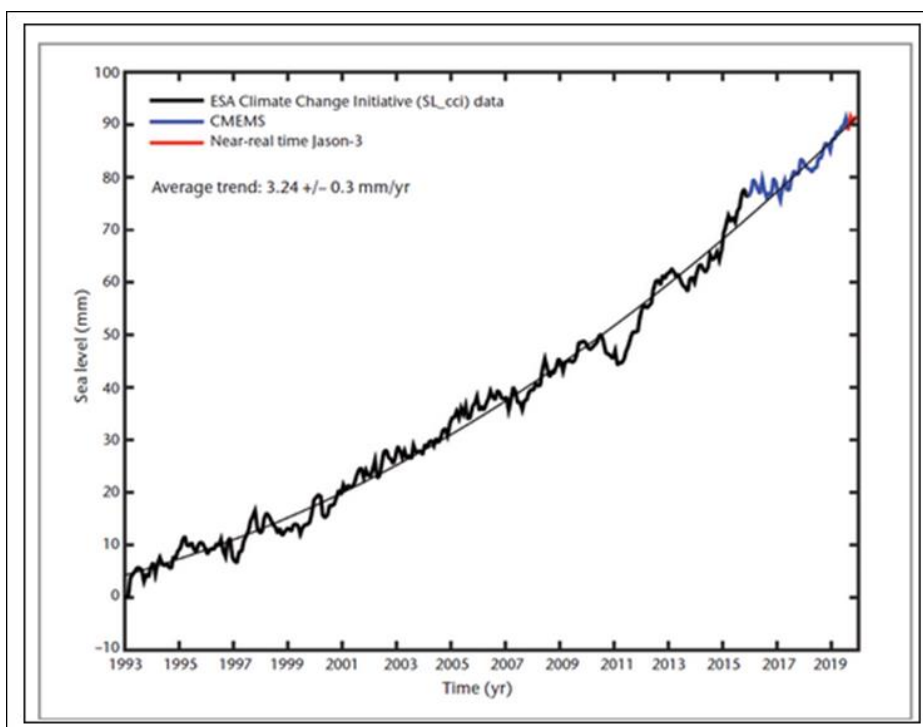


Fig.9

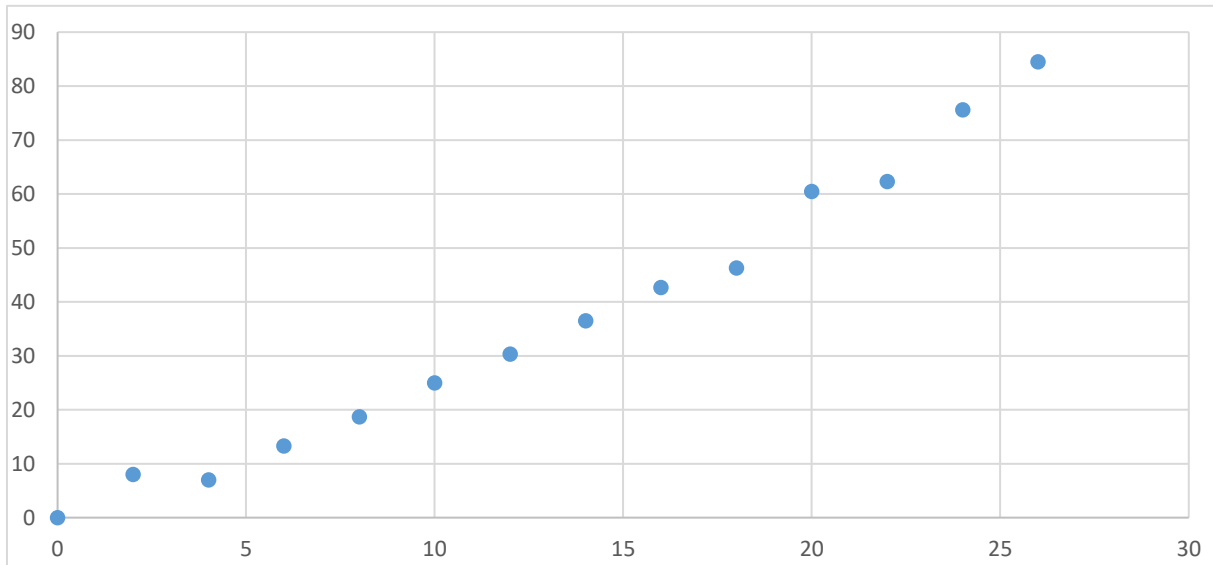
Les deux premières remarques suffisent à disqualifier ce document, nous en verrons les raisons un peu plus loin, quant à la troisième remarque, s'il est théoriquement possible de concaténer plusieurs jeux de données provenant d'instrumentations différentes, il s'agit en pratique d'une opération bien délicate à réaliser, avec un cumul d'incertitudes difficiles à quantifier.

La durée de vie limitée de l'instrumentation embarquée, ou du satellite lui-même, est certainement un inconvénient majeur des technologies spatiales.

5.2 Analyse de la courbe.

Analyser la courbe d'approximation nécessite au préalable de relever quelques points du graphique qui est l'image des données numériques. Avec un régllet, un minimum de soin et une mise à l'échelle, on arrive à la distribution de la figure 10.

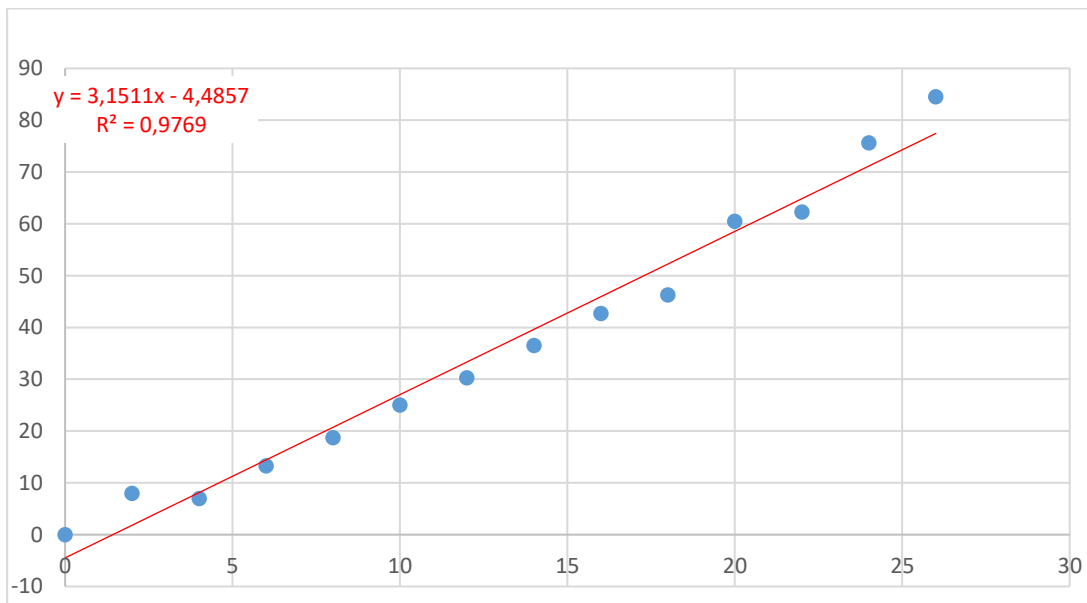
L'origine correspond à l'année 1993, qui est l'année référence.



Distribution des points correspondant au graphique de la figure 9. L'origine correspond au niveau de l'année 1993 qui est l'année référence.

Fig.10

La seconde étape consiste à vérifier la cohérence de notre distribution, pour ce faire nous allons ajouter une approximation linéaire à notre graphique telle qu'indiquée à la figure 11 :



Approximation linéaire de la distribution de points.

Fig.11

Commençons par réécrire l'équation de la droite d'approximation en introduisant le temps :

$$y = 3,2t - 4,5 \quad (2)$$

Où y est la hauteur relative du niveau de la mer par rapport à l'année 1993 choisie, comme on l'a dit, comme référence.

Remarquons que le coefficient de détermination de 0,98 nous indique que la droite d'approximation modélise correctement la distribution du nuage de points.

La dérivée par rapport au temps de l'expression (1) nous donne immédiatement la vitesse d'élévation du niveau de la mer :

$$\dot{y} = 3,2 \text{ mm} * \text{an}^{-1}$$

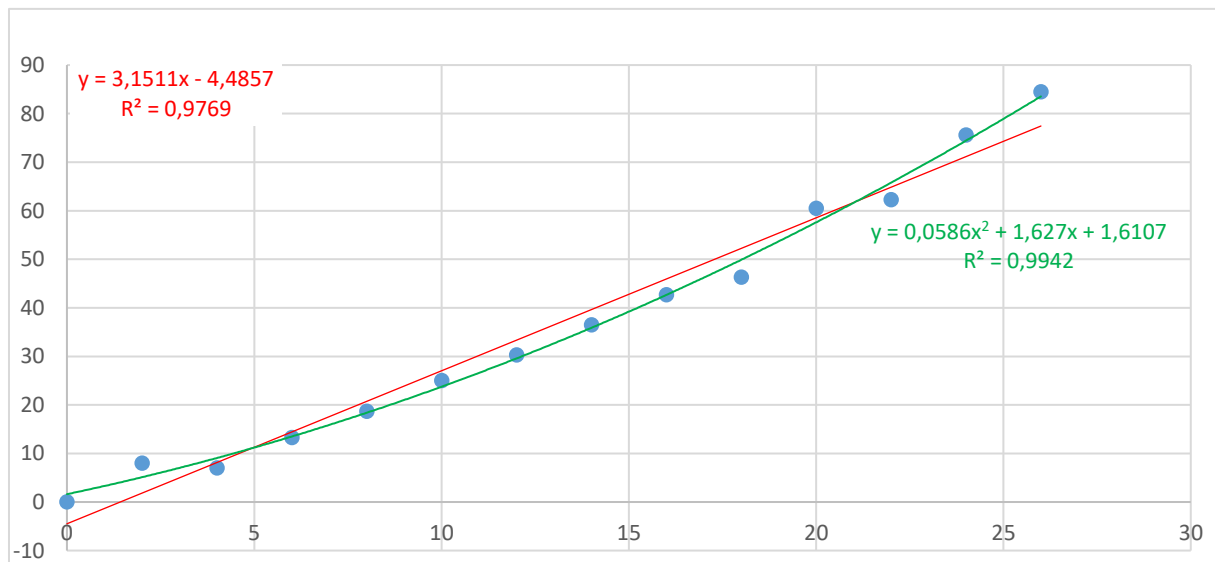
Cette valeur nous indique que notre distribution de points est cohérente puisque la vitesse d'élévation du niveau marin de $3,2 \text{ mm} * \text{an}^{-1}$ est comprise dans la fourchette d'incertitudes indiquée sur le graphique de la figure 9.

La dérivée par rapport au temps de la vitesse nous donne l'accélération de l'élévation :

$$\ddot{y} = 0 \quad (3)$$

En conséquence, selon le graphique de la figure 11, l'accélération de l'élévation du niveau marin est nulle.

Cela étant, rien ne nous oblige à une modélisation linéaire de notre nuage de points, ainsi la courbe verte de la figure 12 est une modélisation polynomiale du second degré.



Comme précédemment, réécrivons l'équation en introduisant la variable temps :

Fig.12

$$y = 0,0586t^2 + 1,627t + 1,6107 \quad (4)$$

Là encore, l'approximation est excellente puisque le coefficient de détermination est de 0,99.

La dérivée de (4) par rapport au temps nous donne l'expression de la vitesse d'élévation du niveau des mers :

$$\dot{y} = 0,1172t + 1,627 \quad (5)$$

La vitesse est donc une fonction du temps, ce qui n'est pas le cas de la tendance indiquée à la figure 9 qui en conséquence ne peut provenir de la courbe d'approximation de cette figure. (constat 2).

Pour l'année 1993, nous avons une vitesse d'élévation de :

$$\dot{y} = 1,6 \text{ mm} * \text{an}^{-1}$$

Concernant l'année 2019 :

$$\dot{y} = 4,7 \text{ mm} * \text{an}^{-1}$$

La dérivée par rapport au temps de (5) nous donne l'accélération de l'élévation marin soit :

$$\ddot{y} = 0,1172 \text{ mm} * \text{an}^{-2} = 117 \mu\text{m} * \text{an}^{-2}$$

Cette valeur est nettement plus élevée que celles que nous pouvons déterminer à partir des données des séries issues de marégraphes comme on peut le constater en consultant le tableau ci-dessous :

Observatoires	Etendue de mesures	Vitesse de l'élévation (mm/an)	Accélération de l'élévation ($\mu\text{m}/\text{an}^2$)
Brest (Atlantique)	1846-2018	$0,28 \leq v \leq 2,2$	$a \approx 11$
Saint-Nazaire (Atlantique)	1863-2018	$0,93 \leq v \leq 1,2$	$a \approx 1,8$
Newlyn (Atlantique)	1916-2018	$1,42 \leq v \leq 2,33$	$a \approx 9$
Hoek van Holland (Mer du nord)	1864-2018	$2,5 \geq v \geq 2,26$	$a \approx -1,6$
Den Helder (Mer du Nord)	1865-2018	$1,2 \leq v \leq 1,76$	$a \approx 3,6$
Delfzijl (Mer du Nord)	1865-2018	$0,64 \leq v \leq 2,78$	$a \approx 14$
Cuxhaven (Mer du nord)	1843-2016	$2,4 \geq v \geq 1,82$	$a \approx -3,4$
Esbjerg (Mer du Nord)	1882-2017	$0,54 \leq v \leq 1,97$	$a \approx 11,2$
Gedser (Mer Baltique)	1892-2017	$0,88 \leq v \leq 1,52$	$a \approx 5$
Warnemünde (Mer Baltique)	1856-2017	$0,68 \leq v \leq 1,87$	$a \approx 7,4$
Wismar (Mer Baltique)	1849-2017	$1,11 \leq v \leq 1,75$	$a \approx 3,8$
Marseille (Mer Méditerranée)	1885-2016	$1,6 \geq v \geq 1,05$	$a \approx -3,8$

D'où provient cette différence ? Nous pouvons avancer quelques explications. La première provient de la nature du référentiel choisit, les marégraphes ne mesurent qu'un niveau de la mer relatif, incluant les mouvements du socle sur lequel ils reposent, tandis que les satellites mesurent un niveau de la mer par rapport à un ellipsoïde de référence. La seconde explication, purement technique, est due à la grande sensibilité des approximations polynomiales aux valeurs extrêmes des séries de données. Il convient donc d'être prudent quant à l'interprétation de ces courbes et de ne jamais perdre de vue cet aspect.

Une troisième explication est d'ordre astronomique, c'est sur celle-ci que nous allons nous attarder maintenant.

5.3 Rétrogradation de la ligne des nœuds lunaires.

Les observations faites pendant un mois environ mettent en évidence le grand cercle de la sphère céleste que la Lune semble décrire, en restant dans la ceinture zodiacale, donc au voisinage du plan de l'écliptique.

Ce cercle est incliné d'un angle i d'environ 5° sur ce plan. Il est décrit dans le sens direct.

Il est commode de repérer la position de la Lune par rapport à l'écliptique. Soit L la position de la Lune, γ le point vernal qui correspond à l'intersection du plan équatorial et du plan de l'écliptique (figure 13).

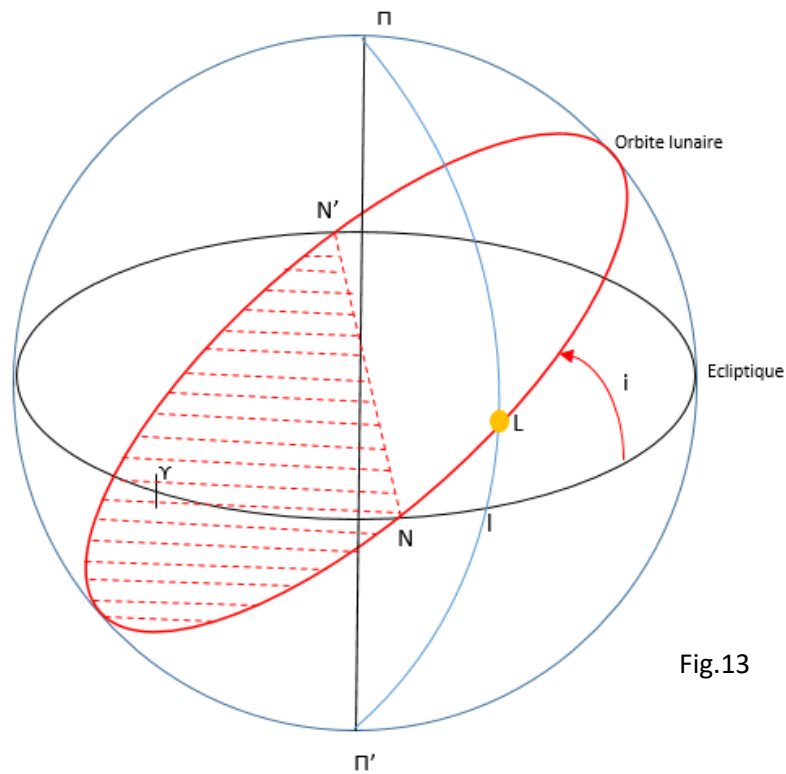


Fig.13

On repère L par sa longitude céleste, γ_l , comptée de 0 à 360° dans le sens direct et par sa latitude céleste l_l comptée de -90° à + 90°, Π et Π' étant les pôles de l'écliptique.

L'orbite L coupe l'écliptique en deux points diamétralement opposés, N et N' appelés nœuds. Le nœud N, pour lequel la latitude céleste s'annule en passant des valeurs négatives aux valeurs positives est dit le nœud ascendant; le point N' est le nœud descendant.

L'orbite lunaire est définie par la longitude du nœud ascendant mais aussi par l'inclinaison de son plan sur l'écliptique qui varie d'environ 0,3° en 173 jours, cependant nous n'en tiendrons pas compte ici.

Le Soleil exerce une action perturbatrice qui a pour effet de faire tourner la ligne des nœuds dans le sens rétrograde. Son mouvement moyen est considérable : il atteint 19,34° par an. Le nœud ascendant parcourt donc l'écliptique en :

$$\frac{360}{19,34} = 18,6 \text{ ans}$$

En une lunaison le nœud ascendant se déplace d'environ 1,5° ou trois fois le diamètre apparent de la Lune.

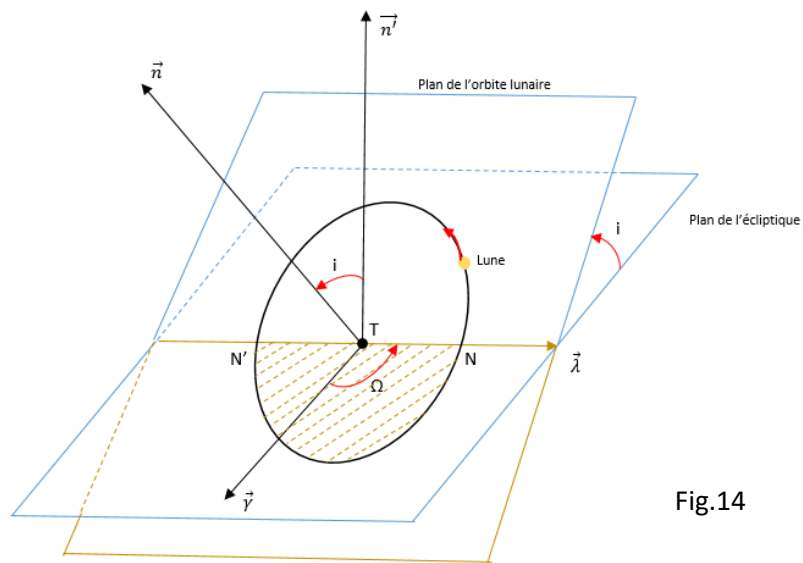


Fig.14

Le repère utilisé pour définir la position du plan de l'orbite lunaire est lié à la Terre (T) Le plan de l'écliptique étant orienté par \vec{n} , on distingue le nœud ascendant N rencontré par la Lune dans son mouvement ascendant par rapport au plan de l'écliptique et le nœud descendant N' conformément à la figure 14.

Le plan de l'orbite est déterminé par son inclinaison $i=5^\circ$ et la longitude du nœud ascendant.

$0 \leq \Omega \leq 360^\circ$. L'angle Ω à la même mesure que l'arc défini par les vecteurs $\vec{\gamma}$ et $\vec{\lambda}$.

\vec{n} étant la normale de plan de l'orbite lunaire, nous avons :

$$i = (\vec{n}', \vec{n}) \text{ et } \Omega = (\vec{\gamma}, \vec{\lambda})$$

Considérons le cas où le nœud descendant est dans la direction du point vernal.

La figure 15 représente cette situation vue de profil.

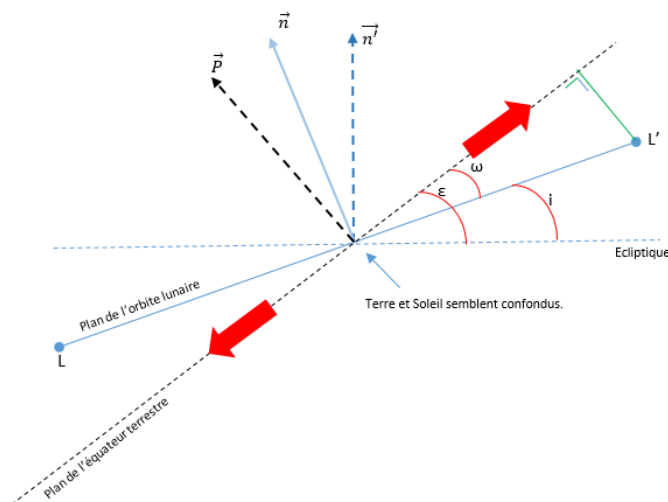


Fig.15

Vue ainsi, la Lune semble parcourir le segment LL'

On constate immédiatement que :

$$\omega = \varepsilon - i = (\vec{P}, \vec{n}) = 23,4 - 5 = 18,4^\circ$$

Où ε est l'angle que forme les plans de l'écliptique et de l'équateur terrestre.

Ainsi, lorsque le nœud descendant est dans la direction du point vernal, le plan de l'orbite lunaire fait avec le plan de l'équateur un angle égal de $18,4^\circ$. Notons que cet angle varie lentement d'environ $0,5^\circ$ par an.

Si on se place 9,3 années plus tard, c'est le nœud ascendant qui est dans la direction du point vernal.

Nous avons une situation symétrique à la précédente

Vue de profil la situation est la suivante (figure16) :

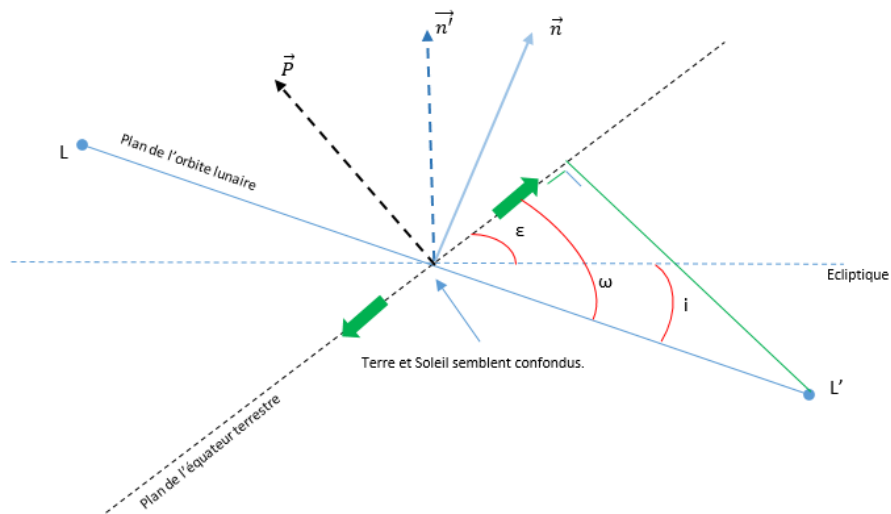


Fig.16

Cette fois-ci nous avons :

$$\omega = \varepsilon + i = (\vec{P}, \vec{n}) = 23,4 + 5 = 28,4^\circ$$

Lorsque le nœud ascendant est dans la direction du point vernal, le plan de l'orbite lunaire fait avec le plan de l'équateur un angle égal de $28,4^\circ$.

Résumons :

- Lorsque le nœud descendant est dans la direction du point vernal :

$$\omega = \pm 18,4^\circ$$

- Lorsque le nœud ascendant est dans la direction du point vernal :

$$\omega = \pm 28,4^\circ$$

En raison de ce mouvement, le pôle de l'orbite lunaire de direction \vec{n} décrit un petit cercle à la distance angulaire i du pôle de l'écliptique de direction \vec{n}' .

5.3 Incidence sur les forces de marées.

En observant la figure 15, on remarque que l'orbite lunaire est au plus près de l'équateur. L'influence gravitationnelle de la Lune sur le bourrelet équatorial terrestre est maximale dans ce cas (flèches rouges), minimale dans le cas de la figure 16 (flèches vertes) et intermédiaire entre ces deux positions.

Les forces de marées exercées par la Lune sur la Terre varient donc selon une période de 18,6 ans dont il faut tenir compte lorsque l'on cherche à évaluer l'élévation du niveau des océans.

Il est alors nécessaire d'intégrer ce signal sur une durée égale au moins à cinq fois sa période, soit environ 100 ans dans ce cas précis, et bien entendu ceci est valable quel que soit la technologie utilisée, satellitaire ou marégraphique.

Une telle durée permet aussi de filtrer les phénomènes chaotiques et aléatoires comme la houle et les variations de la pression atmosphérique (phénomène du baromètre inverse).

Le tableau suivant regroupe les dates approximatives des prochains lunistices mineurs et majeurs.

Lunistice majeur $\pm 28,4^\circ$	Lunistice mineur $\pm 18,4^\circ$
2006,6	2015,9
2025,2	2034,5
2043,8	2053,1
2062,4	2071,7
2081	2090,3

Ainsi, donnons-nous rendez-vous au plus tôt en 2100 afin d'analyser ces données satellitaires qui font, inutilement, couler beaucoup d'encre aujourd'hui.

Décembre 2020.

Thierry Piou.

Annexe . Calcul de la durée du jour sidéral.

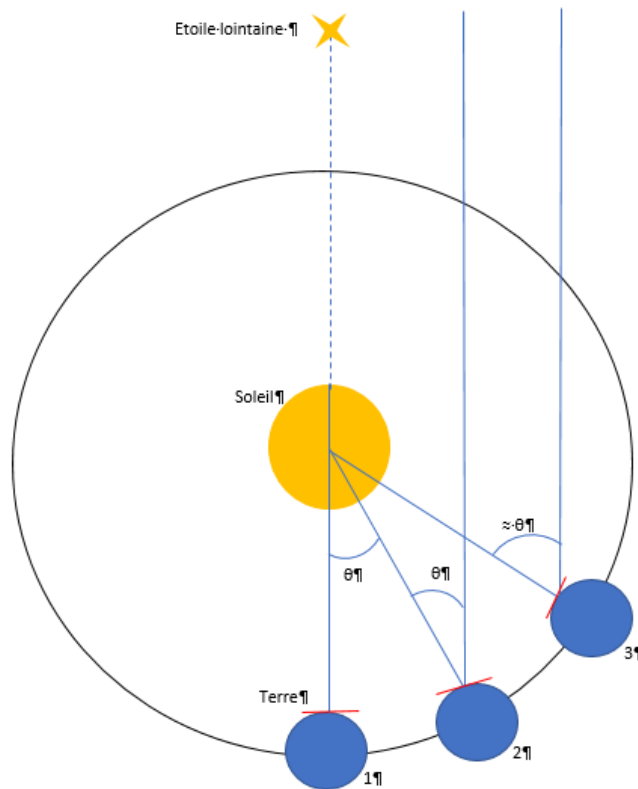


Fig.A1

Posons :

"a" durée de l'année julienne, 365,25j

J : durée du jour solaire moyen, 84600s

T_{sid} : durée du jour sidéral

L'angle θ peut s'exprimer de deux manières, d'une part :

$$\theta = \frac{2\pi}{a} * j$$

mais aussi :

$$\theta = (j - T_{sid}) * \frac{2\pi}{T_{sid}}$$

Soit :

$$\frac{1}{T_{sid}} = \frac{1}{a} + \frac{1}{j} \Rightarrow T_{sid} = \frac{a * j}{a + j}$$

Or $j = 1$ *jour solaire moyen*, en conséquence.

$$T_{sid} = j \frac{a}{a+1} = \frac{365,25}{366,25} j = 0,997269 j$$

Il est commode de mettre ce nombre sous forme rationnelle :

$$\frac{365}{366} < T_{sid} < \frac{366}{367}$$

L'amplitude de l'intervalle est :

$$\frac{1}{366 * 367} j = \frac{1}{134322} j$$